

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»



О.А. Решетникова
« 03 » ноября 2015 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ»
по информатике и ИКТ



В. Б. Бетелин
« 03 » ноября 2015 г.

Единый государственный экзамен по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов единого
государственного экзамена 2016 года
по информатике и ИКТ

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Единый государственный экзамен по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ

**Пояснения к демонстрационному варианту контрольных
измерительных материалов единого государственного экзамена
2016 года по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ**

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2016 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2016 г. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2016 г., приведён в кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена 2016 г. по информатике и ИКТ.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ.

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2016 году единого государственного экзамена по
ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 27 заданий. Часть 1 содержит 23 задания с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по информатике и ИКТ отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–23 записываются в виде числа, последовательности букв или цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: 23.

1	2	3																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Задания 24–27 требуют развёрнутого решения. В бланке ответов № 2 укажите номер задания и запишите его полное решение.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связок (операций):

- отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);
- конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);
- дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);
- следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);
- тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются *равносильными* (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$. Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле – как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

Часть 1

Ответами к заданиям 1–23 являются число, последовательность букв или цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

1 Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа $12F0_{16}$?

Ответ: _____.

2 Логическая функция F задаётся выражением $(\neg z) \wedge x \vee x / y$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая 1-му столбцу; затем – буква, соответствующая 2-му столбцу; затем – буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и таблица истинности:

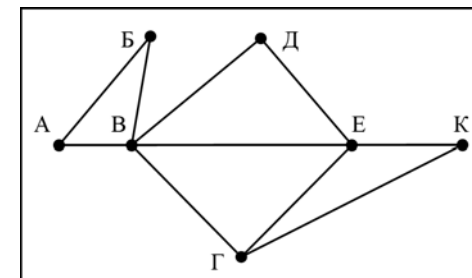
Перем. 1	Перем. 2	Функция
???	???	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Тогда 1-му столбцу соответствует переменная y , а 2-му столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Ответ: _____.

3 На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1		45		10			
п2	45			40		55	
п3					15	60	
п4	10	40				20	35
п5			15			55	
п6		55	60	20	55		45
п7				35		45	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта В в пункт Е. В ответе запишите целое число – так, как оно указано в таблице.

Ответ: _____.

4 В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании приведённых данных определите, сколько прямых потомков (т.е. детей и внуков) Павленко А.К. упомянуты в таблице 1.

ID	Фамилия И.О.	Пол
2146	Кривич Л.П.	Ж
2155	Павленко А.К.	М
2431	Хитрук П.А.	М
2480	Кривич А.А.	М
2302	Павленко Е.А.	Ж
2500	Сокол Н.А.	Ж
3002	Павленко И.А.	М
2523	Павленко Т.Х.	Ж
2529	Хитрук А.П.	М
2570	Павленко П.И.	М
2586	Павленко Т.И.	Ж
2933	Симомян А.А.	Ж
2511	Сокол В.А.	Ж
3193	Биба С.А.	Ж
...

ID Родителя	ID Ребёнка
2146	2302
2146	3002
2155	2302
2155	3002
2302	2431
2302	2511
2302	3193
3002	2586
3002	2570
2523	2586
2523	2570
2529	2431
2529	2511
2529	3193
...	...

Ответ: _____.

ИЛИ

Для групповых операций с файлами используются маски имён файлов. Маска представляет собой последовательность букв, цифр и прочих допустимых в именах файлов символов, в которых также могут встречаться следующие символы:

Символ «?» (вопросительный знак) означает ровно один произвольный символ.

Символ «*» (звездочка) означает любую последовательность символов произвольной длины, в том числе «*» может задавать и пустую последовательность.

В каталоге находится 6 файлов:

maveric.map
maveric.mp3
taverna.mp4
revolver.mp4
vera.mp3
zveri.mp3

Ниже представлено восемь масок. Сколько из них таких, которым соответствуют ровно четыре файла из данного каталога?

ver.mp*	*?ver?* .mp?	?*ver*.mp?*	*v*г*.m?p*
???*???.mp*	???*???.m*	*a*.a*	*a*.p*

Ответ: _____.

5 По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова: Т: 111, О: 0, П: 100.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Ответ: _____.

6 На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .

2. К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:

а) складываются все цифры двоичной записи, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;

б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R .

Укажите такое наименьшее число N , для которого результат работы алгоритма больше 125. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

Ответ: _____.

ИЛИ

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2,

2. умножь на 5.

Выполняя первую из них, Калькулятор прибавляет к числу на экране 2, а выполняя вторую, умножает его на 5.

Например, программа 2121 – это программа

умножь на 5,

прибавь 2,

умножь на 5,

прибавь 2,

которая преобразует число 1 в число 37.

Запишите порядок команд в программе, которая преобразует **число 2 в число 24** и содержит не более четырёх команд. Указывайте лишь номера команд.

Ответ: _____.

7 Дан фрагмент электронной таблицы. Из ячейки E4 в ячейку D3 была скопирована формула. При копировании адреса ячеек в формуле автоматически изменились. Каким стало числовое значение формулы в ячейке D3?

	A	B	C	D	E
1	40	4	400	70	7
2	30	3	300	60	6
3	20	2	200		5
4	10	1	100	40	= \$B2 * C\$3

Примечание: знак \$ обозначает абсолютную адресацию.

Ответ: _____.

ИЛИ

Дан фрагмент электронной таблицы.

	A	B	C
1		6	10
2	$= (A1 - 3) / (B1 - 1)$	$= (A1 - 3) / (C1 - 5)$	$= C1 / (A1 - 3)$

Какое целое число должно быть записано в ячейке A1, чтобы диаграмма, построенная по значениям ячеек диапазона A2:C2, соответствовала рисунку? Известно, что все значения ячеек из рассматриваемого диапазона неотрицательны.



Ответ: _____.

8 Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы. Для Вашего удобства программа представлена на пяти языках программирования.

Бейсик	Python
<pre> DIM S, N AS INTEGER S = 0 N = 0 WHILE S < 111 S = S + 8 N = N + 2 WEND PRINT N </pre>	<pre> s = 0 n = 0 while s < 111: s = s + 8 n = n + 2 print(n) </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач цел n, s n := 0 s := 0 нц пока s < 111 s := s + 8 n := n + 2 кц вывод n кон </pre>	<pre> var s, n: integer; begin s := 0; n := 0; while s < 111 do begin s := s + 8; n := n + 2; end; writeln(n); end. </pre>
Си	
<pre> #include<stdio.h> int main() { int s = 0, n = 0; while (s < 111) { s = s + 8; n = n + 2; } printf("%d\n", n); return 0; } </pre>	

Ответ: _____.

9 Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 64×64 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 256 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Ответ: _____.

ИЛИ

Музыкальный фрагмент был записан в формате моно, оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 24 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате стерео (двухканальная запись) и оцифрован с разрешением в 4 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в Мбайт, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Ответ: _____.

10 Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Ответ: _____.

11 Ниже на пяти языках программирования записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G.

Бейсик	Python
<pre> DECLARE SUB F(n) DECLARE SUB G(n) SUB F(n) IF n > 0 THEN G(n - 1) END SUB SUB G(n) PRINT "*" IF n > 1 THEN F(n - 3) END SUB </pre>	<pre> def F(n): if n > 0: G(n - 1) def G(n): print("*") if n > 1: F(n - 3) </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг F(цел n) нач если n > 0 то G(n - 1) все кон алг G(цел n) нач вывод "*" если n > 1 то F(n - 3) все кон </pre>	<pre> procedure F(n: integer); forward; procedure G(n: integer); forward; procedure F(n: integer); begin if n > 0 then G(n - 1); end; procedure G(n: integer); begin writeln('*'); if n > 1 then F(n - 3); end; </pre>
Си	
<pre> void F(int n); void G(int n); void F(int n){ if (n > 0) G(n - 1); } void G(int n){ printf("*"); if (n > 1) F(n - 3); } </pre>	

Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?

Ответ: _____.

12 В терминологии сетей TCP/IP маской сети называется двоичное число, определяющее, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу самого узла в этой сети. Обычно маска записывается по тем же правилам, что и IP-адрес, – в виде четырёх байтов, причём каждый байт записывается в виде десятичного числа. При этом в маске сначала (в старших разрядах) стоят единицы, а затем с некоторого разряда – нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.

Например, если IP-адрес узла равен 231.32.255.131, а маска равна 255.255.240.0, то адрес сети равен 231.32.240.0.

Для узла с IP-адресом 111.81.208.27 адрес сети равен 111.81.192.0. Чему равно наименьшее возможное значение третьего слева байта маски? Ответ запишите в виде десятичного числа.

Ответ: _____.

13 При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: A, B, C, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Ответ: _____.

14 Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки цифр.

A) заменить (*v*, *w*).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*. Например, выполнение команды **заменить** (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки *v*, то выполнение команды **заменить** (*v*, *w*) не меняет эту строку.

B) нашлось (*v*).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*

ТО *команда1*

ИНАЧЕ *команда2*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 68 идущих подряд цифр 8? В ответе запишите полученную строку.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (222) ИЛИ **нашлось** (888)

ЕСЛИ **нашлось** (222)

ТО **заменить** (222, 8)

ИНАЧЕ **заменить** (888, 2)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

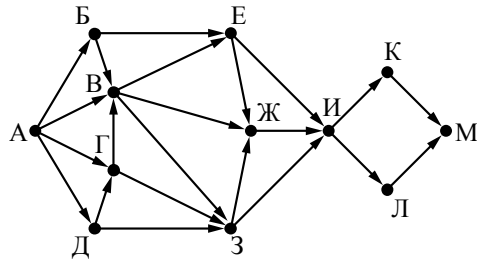
КОНЕЦ

Ответ: _____.

15 На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М.

По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М?



Ответ: _____.

16 Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Ответ: _____.

17 В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
<i>Гомер & Илиада</i>	200
<i>Гомер & (Одиссея Илиада)</i>	470
<i>Гомер & Одиссея</i>	355

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Гомер & Одиссея & Илиада*?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Ответ: _____.

18 Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Ответ: _____.

19 В программе используется одномерный целочисленный массив *A* с индексами от 0 до 9. Значения элементов равны 4, 7, 3, 8, 5, 0, 1, 2, 9, 6 соответственно, т.е. $A[0] = 4$, $A[1] = 7$ и т.д.

Определите значение переменной *c* после выполнения следующего фрагмента этой программы (записанного ниже на пяти языках программирования).

Бейсик	Python
<pre>c = 0 FOR i = 1 TO 9 IF A(i) < A(0) THEN c = c + 1 t = A(i) A(i) = A(0) A(0) = t ENDIF NEXT i</pre>	<pre>c = 0 for i in range(1,10): if A[i] < A[0]: c = c + 1 t = A[i] A[i] = A[0] A[0] = t</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>c := 0 нц для i от 1 до 9 если A[i] < A[0] то c := c + 1 t := A[i] A[i] := A[0] A[0] := t все кц</pre>	<pre>c := 0; for i := 1 to 9 do if A[i] < A[0] then begin c := c + 1; t := A[i]; A[i] := A[0]; A[0] := t; end;</pre>
Си	
<pre>c = 0; for (i = 1; i < 10; i++) if (A[i] < A[0]) { c++; t = A[i]; A[i] = A[0]; A[0] = t; }</pre>	

Ответ: _____.

20 Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число *x*, этот алгоритм печатает число *M*. Известно, что $x > 100$. Укажите **наименьшее** такое (т.е. большее 100) число *x*, при вводе которого алгоритм печатает 26.

Бейсик	Python
<pre>DIM X, L, M AS INTEGER INPUT X L = X M = 65 IF L MOD 2 = 0 THEN M = 52 ENDIF WHILE L <> M IF L > M THEN L = L - M ELSE M = M - L ENDIF WEND PRINT M</pre>	<pre>x = int(input()) L = x M = 65 if L % 2 == 0: M = 52 while L != M: if L > M: L = L - M else: M = M - L print(M)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>алг нач цел x, L, M ввод x L := x M := 65 если mod(L,2)=0 то M := 52 все нц пока L <> M если L > M то L := L - M иначе M := M - L все кц вывод M кон</pre>	<pre>var x, L, M: integer; begin readln(x); L := x; M := 65; if L mod 2 = 0 then M := 52; while L <> M do if L > M then L := L - M else M := M - L; writeln(M); end.</pre>

Си
<pre>#include<stdio.h> void main() { int x, L, M; scanf("%d", &x); L = x; M = 65; if (L % 2 == 0) M = 52; while (L != M){ if(L > M) L = L - M; else M = M - L; } printf("%d", M); }</pre>

Ответ: _____.

- 21** Напишите в ответе наименьшее значение входной переменной k , при котором программа выдаёт тот же ответ, что и при входном значении $k=10$. Для Вашего удобства программа приведена на пяти языках программирования.

Бейсик	Python
<pre>DIM K, I AS LONG INPUT K I = 1 WHILE F(I) < G(K) I = I + 1 WEND PRINT I FUNCTION F(N) F = N * N * N END FUNCTION FUNCTION G(N) G = 2*N + 3 END FUNCTION</pre>	<pre>def f(n): return n*n*n def g(n): return 2*n+3 k = int(input()) i = 1 while f(i) < g(k): i+=1 print (i)</pre>

Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>алг нач цел i, k ввод k i := 1 нц пока f(i) < g(k) i := i + 1 кц вывод i кон алг цел f(цел n) нач знач := n * n * n кон алг цел g(цел n) нач знач := 2*n + 3 кон</pre>	<pre>var k, i : longint; function f(n: longint): longint; begin f := n * n * n; end; function g(n: longint): longint; begin g := 2*n + 3; end; begin readln(k); i := 1; while f(i) < g(k) do i := i+1; writeln(i) end.</pre>

Си

```
#include<stdio.h>
long f(long n) {
    return n * n * n;
}

long g(long n) {
    return 2*n + 3;
}

int main()
{
    long k, i;
    scanf("%ld", &k);
    i = 1;
    while(f(i)<g(k))
        i++;
    printf("%ld", i);
    return 0;
}
```

Ответ: _____.

- 22** Исполнитель Май15 преобразует число на экране.
У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1

2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2.
Программа для исполнителя Май15 – это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 29 и при этом траектория вычислений содержит число 14 и не содержит числа 25?

Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы **121** при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 16, 17.

Ответ: _____.

- 23** Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_9, y_1, y_2, \dots, y_9$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg(x_1 \equiv y_1)) \equiv (x_2 \equiv y_2)$$

$$(\neg(x_2 \equiv y_2)) \equiv (x_3 \equiv y_3)$$

...

$$(\neg(x_8 \equiv y_8)) \equiv (x_9 \equiv y_9)$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_9, y_1, y_2, \dots, y_9$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

Для записи ответов на задания этой части (24–27) используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер задания (24, 25 и т. д.), а затем полное решение. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 24** На обработку поступает положительное целое число, не превышающее 10^9 . Нужно написать программу, которая выводит на экран сумму цифр этого числа, меньших 7. Если в числе нет цифр, меньших 7, требуется на экран вывести 0. Программист написал программу неправильно. Ниже эта программа для Вашего удобства приведена на пяти языках программирования.

Бейсик	Python
<pre> DIM N, DIGIT, SUM AS LONG INPUT N SUM = 0 WHILE N > 0 DIGIT = N MOD 10 IF DIGIT < 7 THEN SUM = SUM + 1 END IF N = N \ 10 WEND PRINT DIGIT </pre>	<pre> N = int(input()) sum = 0 while N > 0: digit = N % 10 if digit < 7: sum = sum + 1 N = N // 10 print(digit) </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач цел N, digit, sum ввод N sum := 0 нц пока N > 0 digit := mod(N,10) если digit < 7 то sum := sum + 1 все N := div(N,10) кц вывод digit кон </pre>	<pre> var N, digit, sum: longint; begin readln(N); sum := 0; while N > 0 do begin digit := N mod 10; if digit < 7 then sum := sum + 1; N := N div 10; end; writeln(digit) end. </pre>

Си

```
#include <stdio.h>
int main()
{
    int N, digit, sum;
    scanf("%d", &N);
    sum = 0;
    while (N > 0)
    {
        digit = N % 10;
        if (digit < 7)
            sum = sum + 1;
        N = N / 10;
    }
    printf("%d", digit);
    return 0;
}
```

Последовательно выполните следующее.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе числа 456.
2. Приведите пример такого трёхзначного числа, при вводе которого программа выдаёт верный ответ.
3. Найдите все ошибки в этой программе (их может быть одна или несколько). Известно, что каждая ошибка затрагивает только одну строку и может быть исправлена без изменения других строк. Для каждой ошибки:

- 1) выпишите строку, в которой сделана ошибка;
- 2) укажите, как исправить ошибку, т.е. приведите правильный вариант строки.

Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования.

Обратите внимание, что требуется найти ошибки в имеющейся программе, а не написать свою, возможно, использующую другой алгоритм решения. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой находится ошибка.

25

Дан целочисленный массив из 20 элементов. Элементы массива могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Опишите на естественном языке или на одном из языков программирования алгоритм, позволяющий найти и вывести количество пар элементов массива, в которых хотя бы одно число делится на 3. В данной задаче под парой подразумевается два подряд идущих элемента массива.

Например, для массива из пяти элементов: 6; 2; 9; -3; 6 – ответ: 4.

Исходные данные объявлены так, как показано ниже на примерах для некоторых языков программирования и естественного языка. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

Бейсик	Python
<pre>CONST N AS INTEGER = 20 DIM A (1 TO N) AS INTEGER DIM I AS INTEGER, J AS INTEGER, K AS INTEGER FOR I = 1 TO N INPUT A(I) NEXT I ... END</pre>	<pre># допускается также # использовать две # целочисленные переменные j и k a = [] n = 20 for i in range(0, n): a.append(int(input())) ... </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre><u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> N = 20 <u>целтаб</u> a[1:N] <u>цел</u> i, j, k <u>нц</u> <u>для</u> i <u>от</u> 1 <u>до</u> N <u>ввод</u> a[i] <u>кц</u> ... <u>кон</u></pre>	<pre>const N = 20; var a: array [1..N] of integer; i, j, k: integer; begin for i := 1 to N do readln(a[i]); ... end.</pre>

Си	Естественный язык
<pre>#include <stdio.h> #define N 20 int main() { int a[N]; int i, j, k; for (i = 0; i<N; i++) scanf("%d", &a[i]); ... return 0; }</pre>	<p>Объявляем массив A из 20 элементов. Объявляем целочисленные переменные I, J, K. В цикле от 1 до 20 вводим элементы массива A с 1-го по 20-й. ...</p>

В качестве ответа Вам необходимо привести фрагмент программы (или описание алгоритма на естественном языке), который должен находиться на месте многоточия. Вы можете записать решение также на другом языке программирования (укажите название и используемую версию языка программирования, например Free Pascal 2.6) или в виде блок-схемы. В этом случае Вы должны использовать те же самые исходные данные и переменные, какие были предложены в условии (например, в образце, записанном на естественном языке).

26

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **один** камень или увеличить количество камней в куче в **два раза**. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 7 камней; такую позицию в игре будем обозначать (10, 7). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (11, 7), (20, 7), (10, 8), (10, 14). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 73 камня или больше.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Например, при начальных позициях (6, 34), (7, 33), (9, 32) выигрышная стратегия есть у Пети. Чтобы выиграть, ему достаточно удвоить количество камней во второй куче.

Задание 1. Для каждой из начальных позиций (6, 33), (8, 32) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

Задание 2. Для каждой из начальных позиций (6, 32), (7, 32), (8, 31) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

Задание 3. Для начальной позиции (7, 31) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной Вами выигрышной стратегии. Представьте дерево в виде рисунка или таблицы.

27 В физической лаборатории проводится долговременный эксперимент по изучению гравитационного поля Земли. По каналу связи каждую минуту в лабораторию передаётся положительное целое число – текущее показание прибора «Сигма 2015». Количество передаваемых чисел в серии известно и не превышает 10 000. Все числа не превышают 1000. Временем, в течение которого происходит передача, можно пренебречь. Необходимо вычислить «бета-значение» серии показаний прибора – минимальное **чётное** произведение двух показаний, между моментами передачи которых прошло не менее 6 минут. Если получить такое произведение не удаётся, ответ считается равным -1 .

Вам предлагается два задания, связанных с этой задачей: задание А и задание Б. Вы можете решать оба задания или одно из них по своему выбору.

*Итоговая оценка выставляется как **максимальная** из оценок за задания А и Б. Если решение одного из заданий не представлено, то считается, что оценка за это задание – 0 баллов.*

Задание Б является усложнённым вариантом задания А, оно содержит дополнительные требования к программе.

А. Напишите на любом языке программирования программу для решения поставленной задачи, в которой входные данные будут запоминаться в массиве, после чего будут проверены все возможные пары элементов. Перед программой укажите версию языка программирования.

ОБЯЗАТЕЛЬНО укажите, что программа является решением ЗАДАНИЯ А.

Максимальная оценка за выполнение задания А – 2 балла.

Б. Напишите программу для решения поставленной задачи, которая будет эффективна как по времени, так и по памяти (или хотя бы по одной из этих характеристик).

Программа считается эффективной по времени, если время работы программы пропорционально количеству полученных показаний прибора N , т.е. при увеличении N в k раз время работы программы должно увеличиваться не более чем в k раз.

Программа считается эффективной по памяти, если размер памяти, использованной в программе для хранения данных, не зависит от числа N и не превышает 1 килобайта.

Перед программой укажите версию языка программирования и кратко опишите использованный алгоритм.

ОБЯЗАТЕЛЬНО укажите, что программа является решением ЗАДАНИЯ Б.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени и по памяти, – 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени, но неэффективную по памяти, – 3 балла.

НАПОМИНАЕМ! Не забудьте указать, к какому заданию относится каждая из представленных Вами программ.

Входные данные представлены следующим образом. В первой строке задаётся число N – общее количество показаний прибора. Гарантируется, что $N > 6$. В каждой из следующих N строк задаётся одно положительное целое число – очередное показание прибора.

Пример входных данных:

```
11
12
45
5
3
17
23
21
20
19
18
17
```

Программа должна вывести одно число – описанное в условии произведение либо -1 , если получить такое произведение не удаётся.

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

```
54
```

Система оценивания экзаменационной работы по информатике и ИКТ

Часть 1

За правильный ответ на задания 1–23 ставится 1 балл; за неверный ответ или его отсутствие – 0 баллов.

№ задания	Ответ
1	6
2	zyx
3	20
4	7 3
5	101
6	31 1211
7	8 8
8	28
9	4 128
10	80
11	3
12	192
13	12
14	28
15	56
16	3
17	85
18	8
19	2
20	130
21	3
22	13
23	1024

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 24** На обработку поступает положительное целое число, не превышающее 10^9 . Нужно написать программу, которая выводит на экран сумму цифр этого числа, меньших 7. Если в числе нет цифр, меньших 7, требуется на экран вывести 0. Программист написал программу неправильно. Ниже эта программа для Вашего удобства приведена на пяти языках программирования.

Бейсик	Python
<pre> DIM N, DIGIT, SUM AS LONG INPUT N SUM = 0 WHILE N > 0 DIGIT = N MOD 10 IF DIGIT < 7 THEN SUM = SUM + 1 END IF N = N \ 10 WEND PRINT DIGIT </pre>	<pre> N = int(input()) sum = 0 while N > 0: digit = N % 10 if digit < 7: sum = sum + 1 N = N // 10 print(sum) </pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач цел N, digit, sum ввод N sum := 0 нц пока N > 0 digit := mod(N,10) если digit < 7 то sum := sum + 1 все N := div(N,10) кц вывод digit кон </pre>	<pre> var N, digit, sum: longint; begin readln(N); sum := 0; while N > 0 do begin digit := N mod 10; if digit < 7 then sum := sum + 1; N := N div 10; end; writeln(digit) end. </pre>

Сн

```
#include <stdio.h>
int main()
{
    int N, digit, sum;
    scanf("%d", &N);
    sum = 0;
    while (N > 0)
    {
        digit = N % 10;
        if (digit < 7)
            sum = sum + 1;
        N = N / 10;
    }
    printf("%d", digit);
    return 0;
}
```

Последовательно выполните следующее.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе числа 456.
2. Приведите пример такого трёхзначного числа, при вводе которого программа выдаёт верный ответ.
3. Найдите все ошибки в этой программе (их может быть одна или несколько). Известно, что каждая ошибка затрагивает только одну строку и может быть исправлена без изменения других строк. Для каждой ошибки:
 - 1) выпишите строку, в которой сделана ошибка;
 - 2) укажите, как исправить ошибку, т.е. приведите правильный вариант строки.

Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования.

Обратите внимание, что требуется найти ошибки в имеющейся программе, а не написать свою, возможно, использующую другой алгоритм решения. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой находится ошибка.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию

(допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)

Решение использует запись программы на Паскале. Допускается использование программы на любом из четырёх других языков.

1. Программа выведет число 4.

2. Пример числа, при вводе которого программа выдаёт верный ответ: 835.

Замечание для проверяющего. Программа работает неправильно из-за неверной выводимой на экран переменной и неверного увеличения суммы. Соответственно, программа будет работать верно, если в числе старшая цифра (крайняя левая) равна сумме цифр, меньших 7.

3. В программе есть две ошибки.

Первая ошибка. Неверное увеличение суммы.

Строка с ошибкой:

```
sum := sum + 1;
```

Верное исправление:

```
sum := sum + digit;
```

Вторая ошибка. Неверный вывод ответа на экран.

Строка с ошибкой:

```
writeln(digit)
```

Верное исправление:

```
writeln(sum)
```


Указания по оцениванию	Баллы
<p>Обратите внимание! В задаче требовалось выполнить четыре действия:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) указать, что выведет программа при конкретном входном числе; 2) указать пример входного числа, при котором программа выдаёт верный ответ; 3) исправить первую ошибку; 4) исправить вторую ошибку. <p>Для проверки правильности выполнения п. 2) нужно формально выполнить исходную (ошибочную) программу с входными данными, которые указал экзаменуемый, и убедиться в том, что результат, выданный программой, будет таким же, как и для правильной программы.</p> <p>Для действий 3) и 4) ошибка считается исправленной, если выполнены оба следующих условия:</p> <ol style="list-style-type: none"> а) правильно указана строка с ошибкой; б) указан такой новый вариант строки, что при исправлении другой ошибки получается правильная программа 	
Выполнены все четыре необходимых действия, и ни одна верная строка не указана в качестве ошибочной	3
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 3 балла. Имеет место одна из следующих ситуаций:</p> <ol style="list-style-type: none"> а) выполнены три из четырёх необходимых действий. Ни одна верная строка не указана в качестве ошибочной; б) выполнены все четыре необходимых действия. Указано в качестве ошибочной не более одной верной строки 	2
Не выполнены условия, позволяющие поставить 2 или 3 балла. Выполнены два необходимых действия из четырёх	1
Не выполнены условия, позволяющие поставить 1, 2 или 3 балла	0
<i>Максимальный балл</i>	3

25

Дан целочисленный массив из 20 элементов. Элементы массива могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Опишите на естественном языке или на одном из языков программирования алгоритм, позволяющий найти и вывести количество пар элементов массива, в которых хотя бы одно число делится на 3. В данной задаче под парой подразумевается два подряд идущих элемента массива.

Например, для массива из пяти элементов: 6; 2; 9; -3; 6 – ответ: 4.

Исходные данные объявлены так, как показано ниже на примерах для некоторых языков программирования и естественного языка. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

Бейсик	Python
<pre>CONST N AS INTEGER = 20 DIM A (1 TO N) AS INTEGER DIM I AS INTEGER, J AS INTEGER, K AS INTEGER FOR I = 1 TO N INPUT A(I) NEXT I ...</pre>	<pre># допускается также # использовать две # целочисленные переменные j и k a = [] n = 20 for i in range(0, n): a.append(int(input())) ...</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre><u>алг</u> <u>нач</u> цел N = 20 <u>целтаб</u> a[1:N] цел i, j, k <u>нц</u> для i от 1 до N <u>ввод</u> a[i] <u>кц</u> ... <u>кон</u></pre>	<pre>const N = 20; var a: array [1..N] of integer; i, j, k: integer; begin for i := 1 to N do readln(a[i]); ... end.</pre>

Си	Естественный язык
<pre>#include <stdio.h> #define N 20 int main() { int a[N]; int i, j, k; for (i = 0; i<N; i++) scanf("%d", &a[i]); ... return 0; }</pre>	<p>Объявляем массив A из 20 элементов. Объявляем целочисленные переменные I, J, K. В цикле от 1 до 20 вводим элементы массива A с 1-го по 20-й. ...</p>

В качестве ответа Вам необходимо привести фрагмент программы (или описание алгоритма на естественном языке), который должен находиться на месте многоточия. Вы можете записать решение также на другом языке программирования (укажите название и используемую версию языка программирования, например Free Pascal 2.6) или в виде блок-схемы. В этом случае Вы должны использовать те же самые исходные данные и переменные, какие были предложены в условии (например, в образце, записанном на естественном языке).

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки решений, приводящие к правильному результату)	
На языке Паскаль	
<pre>k := 0; for i := 1 to N-1 do if (a[i] mod 3=0) or (a[i+1] mod 3=0) then inc(k); writeln(k);</pre>	
На алгоритмическом языке	
<pre>k := 0; нц для i от 1 до N-1 если mod(a[i],3)=0 или mod(a[i+1],3)=0 то k := k+1 все кц вывод k</pre>	
На языке Бейсик	
<pre>K = 0 FOR I = 1 TO N-1 IF (A(I) MOD 3 = 0) OR (A(I + 1) MOD 3 = 0) THEN K = K+1 END IF NEXT I PRINT K</pre>	

На языке Си	
<pre>k = 0; for (i = 0; i<N-1; i++) if (a[i]%3 == 0 a[i+1]%3 == 0) k++; printf("%d", k);</pre>	
На языке Python	
<pre>k = 0 for i in range(0, n - 1): if (a[i] % 3 == 0 or a[i + 1] % 3 == 0): k += 1 print(k)</pre>	
На естественном языке	
<p>Записываем в переменную K начальное значение, равное 0. В цикле от первого элемента до предпоследнего находим остаток от деления текущего и следующего элемента массива на 3. Если первый или второй из полученных остатков равен 0, увеличиваем переменную K на единицу. После завершения цикла выводим значение переменной K</p>	
Указания по оцениванию	Баллы
<p><i>Общие указания.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> В алгоритме, записанном на языке программирования, допускается наличие отдельных синтаксических ошибок, не искажающих замысла автора программы. Эффективность алгоритма не имеет значения и не оценивается. Допускается запись алгоритма на языке программирования, отличном от языков, перечисленных в условии. В этом случае должны использоваться переменные, аналогичные описанным в условии. Если язык программирования использует типизированные переменные, описания переменных должны быть аналогичны описаниям переменных на естественном языке. Использование нетипизированных или необъявленных переменных возможно только в случае, если это допускается языком программирования; при этом количество переменных и их идентификаторы должны соответствовать условию задачи 	

Предложен правильный алгоритм, выдающий в качестве результата верное значение	2
Не выполнены условия, позволяющие поставить 2 балла. Предложено в целом верное решение, содержащее не более одной ошибки из числа следующих: 1) в цикле происходит выход за границу массива (например, используется цикл от 1 до N); 2) не инициализируется или неверно инициализируется счётчик количества найденных пар; 3) счётчик количества пар в цикле не изменяется или изменяется неверно; 4) неверно проверяется делимость на 3; 5) на делимость проверяются не сами элементы, а их индексы; 6) при проверке выполнения условия для пары элементов используются неверные индексы; 7) в сложном логическом условии простые проверки верны, но условие в целом построено неверно (например, перепутаны операции «И» и «ИЛИ», неверно расставлены скобки в логическом выражении); 8) отсутствует вывод ответа; 9) используется переменная, не объявленная в разделе описания переменных; 10) не указано или неверно указано условие завершения цикла; 11) индексная переменная в цикле не меняется (например, в цикле <code>while</code>) или меняется неверно; 12) неверно расставлены операторные скобки	1
Ошибок, перечисленных в п. 1–12, две или больше, или алгоритм сформулирован неверно (в том числе при отсутствии цикла в явном или неявном виде)	0
<i>Максимальный балл</i>	2

26

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **один** камень или увеличить количество камней в куче в **два раза**. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 7 камней; такую позицию в игре будем обозначать (10, 7). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (11, 7), (20, 7), (10, 8), (10, 14). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 73 камня или больше.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Например, при начальных позициях (6, 34), (7, 33), (9, 32) выигрышная стратегия есть у Пети. Чтобы выиграть, ему достаточно удвоить количество камней во второй куче.

Задание 1. Для каждой из начальных позиций (6, 33), (8, 32) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

Задание 2. Для каждой из начальных позиций (6, 32), (7, 32), (8, 31) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

Задание 3. Для начальной позиции (7, 31) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной Вами выигрышной стратегии. Представьте дерево в виде рисунка или таблицы.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)
<p>Задание 1. В начальных позициях (6, 33), (8, 32) выигрышная стратегия есть у Вани. При начальной позиции (6, 33) после первого хода Пети может получиться одна из следующих четырёх позиций: (7, 33), (12, 33), (6, 34), (6, 66). Каждая из этих позиций содержит менее 73 камней. При этом из любой из этих позиций Ваня может получить позицию, содержащую не менее 73 камней, удвоив количество камней во второй куче. Для позиции (8, 32) после первого хода Пети может получиться одна из следующих четырёх позиций: (9, 32), (16, 32), (8, 33), (8, 64). Каждая из этих позиций содержит менее 73 камней. При этом из любой из этих позиций Ваня может получить позицию, содержащую не менее 73 камней, удвоив количество камней во второй куче. Таким образом, Ваня при любом ходе Пети выигрывает своим первым ходом.</p> <p>Задание 2. В начальных позициях (6, 32), (7, 32) и (8, 31) выигрышная стратегия есть у Пети. При начальной позиции (6, 32) он должен первым ходом получить позицию (6, 33), из начальных позиций (7, 32) и (8, 31). Петя после первого хода должен получить позицию (8, 32). Позиции (6, 33) и (8, 32) рассмотрены при разборе задания 1. В этих позициях выигрышная стратегия есть у игрока, который будет ходить вторым (теперь это Петя). Эта стратегия описана при разборе задания 1. Таким образом, Петя при любой игре Вани выигрывает своим вторым ходом.</p> <p>Задание 3. В начальной позиции (7, 31) выигрышная стратегия есть у Вани. После первого хода Пети может возникнуть одна из четырёх позиций: (8, 31), (7, 32), (14, 31) и (7, 62). В позициях (14, 31) и (7, 62) Ваня может выиграть одним ходом, удвоив количество камней во второй куче. Позиции (8, 31) и (7, 32) были рассмотрены при разборе задания 2. В этих позициях у игрока, который должен сделать ход (теперь это Ваня), есть выигрышная стратегия. Эта стратегия описана при разборе задания 2. Таким образом, в зависимости от игры Пети Ваня выигрывает на первом или втором ходу.</p> <p><i>Примечание для эксперта.</i> Последняя фраза в приведённом решении избыточна. Не будет ошибкой, если экзаменуемый просто напишет, например, «При выбранной стратегии партия длится не более двух ходов».</p> <p>В таблице изображено дерево возможных партий при описанной стратегии Вани. Заключение позиции (в них выигрывает Ваня) выделены жирным шрифтом.</p>

Исходное положение	Положения после очередных ходов			
	1-й ход Пети (разобраны все ходы, указана полученная позиция)	1-й ход Вани (только ход по стратегии, указана полученная позиция)	2-й ход Пети (разобраны все ходы, указана полученная позиция)	2-й ход Вани (только ход по стратегии, указана полученная позиция)
(7, 31) Всего: 38	(7, 31+1) = (7, 32) Всего: 39	(7+1, 32) = (8, 32) Всего: 40	(8+1, 32) = (9, 32) Всего: 41	(9, 32*2) = (9, 64) Всего: 73
			(8, 32+1) = (8, 33) Всего: 41	(8, 33*2) = (8, 66) Всего: 74
			(8*2, 32) = (16, 32) Всего: 48	(16, 32*2) = (16, 64) Всего: 80
			(8, 32*2) = (8, 64) Всего: 72	(8, 64*2) = (8, 128) Всего: 136
	(7+1, 31) = (8, 31) Всего: 39	(8, 31+1) = (8, 32) Всего: 40	(8+1, 32) = (9, 32) Всего: 41	(9, 32*2) = (9, 64) Всего: 73
			(8, 32+1) = (8, 33) Всего: 41	(8, 33*2) = (8, 66) Всего: 74
			(8*2, 32) = (16, 32) Всего: 48	(16, 32*2) = (16, 64) Всего: 80
			(8, 32*2) = (8, 64) Всего: 72	(8, 64*2) = (8, 128) Всего: 136
	(7*2, 31) = (14, 31) Всего: 45	(14, 31*2) = (14, 62) Всего: 76		
	(7, 31*2) = (7, 62) Всего: 69	(7, 62*2) = (7, 124) Всего: 131		

Примечание для эксперта. Дерево всех партий может быть также изображено в виде ориентированного графа – так, как показано на рисунке, или другим способом. Например, вершины дерева, соответствующие одной и той

же позиции, на рисунке могут быть «склеены». Важно, чтобы множество полных путей в графе находилось во взаимно однозначном соответствии с множеством партий, возможных при описанной в решении стратегии.

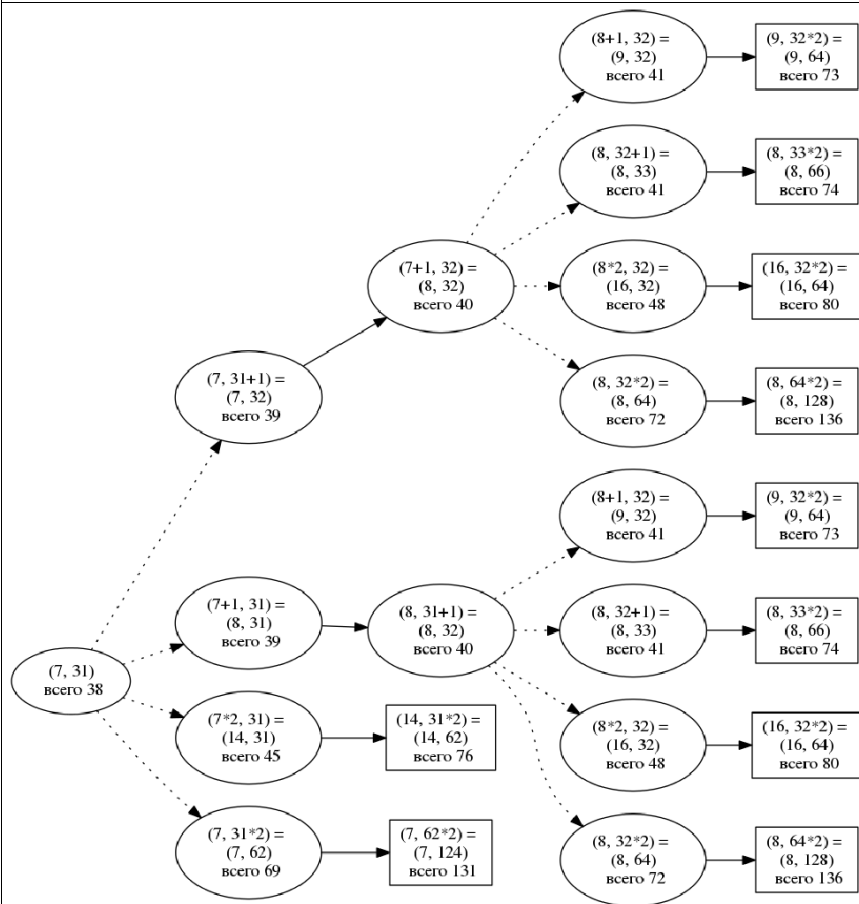


Рис. 1. Дерево всех партий, возможных при описанной стратегии Вани. Ходы Пети показаны пунктирными стрелками, ходы Вани показаны сплошными стрелками. Заключительные позиции обозначены прямоугольником.

Примечание для эксперта. В некоторых позициях у Вани есть и другой способ выигрыша: например, в позиции (8, 64) можно добавить один камень в любую кучу. То, что это не указано, не является ошибкой. Экзаменуемый не должен указывать все возможные выигрышные стратегии

Указания по оцениванию	Баллы
<p>В задаче от ученика требуется выполнить три задания. Количество баллов в целом соответствует количеству выполненных заданий (подробнее см. ниже).</p> <p>Ошибка в решении, не искажающая основного замысла и не приведшая к неверному ответу, например арифметическая ошибка при вычислении количества камней в заключительной позиции, при оценке решения не учитывается.</p> <p>Во всех случаях стратегии могут быть описаны так, как это сделано в примере решения, или другим способом</p>	
<p>Выполнены все три задания.</p>	3
<p>Здесь и далее в решениях допускаются арифметические ошибки, которые не искажают сути решения и не приводят к неправильному ответу</p>	
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 3 балла, и выполнено хотя бы одно из следующих условий.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Выполнено задание 3. - Выполнены задания 1 и 2 	2
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 2 или 3 балла, и выполнено хотя бы одно из следующих условий.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Выполнено задание 1. - Выполнено задание 2 	1
<p>Не выполнено ни одно из условий, позволяющих поставить 1, 2 или 3 балла</p>	0
<i>Максимальный балл</i>	3

27

В физической лаборатории проводится долговременный эксперимент по изучению гравитационного поля Земли. По каналу связи каждую минуту в лабораторию передаётся положительное целое число – текущее показание прибора «Сигма 2015». Количество передаваемых чисел в серии известно и не превышает 10 000. Все числа не превышают 1000. Временем, в течение которого происходит передача, можно пренебречь.

Необходимо вычислить «бета-значение» серии показаний прибора – минимальное **чётное** произведение двух показаний, между моментами передачи которых прошло не менее 6 минут. Если получить такое произведение не удаётся, ответ считается равным -1 .

Вам предлагается два задания, связанных с этой задачей: задание А и задание Б. Вы можете решать оба задания или одно из них по своему выбору.

*Итоговая оценка выставляется как **максимальная** из оценок за задания А и Б. Если решение одного из заданий не представлено, то считается, что оценка за это задание – 0 баллов.*

Задание Б является усложнённым вариантом задания А, оно содержит дополнительные требования к программе.

А. Напишите на любом языке программирования программу для решения поставленной задачи, в которой входные данные будут запоминаться в массиве, после чего будут проверены все возможные пары элементов. Перед программой укажите версию языка программирования.

ОБЯЗАТЕЛЬНО укажите, что программа является решением ЗАДАНИЯ А. Максимальная оценка за выполнение задания А – 2 балла.

Б. Напишите программу для решения поставленной задачи, которая будет эффективна как по времени, так и по памяти (или хотя бы по одной из этих характеристик).

Программа считается эффективной по времени, если время работы программы пропорционально количеству полученных показаний прибора N , т.е. при увеличении N в k раз время работы программы должно увеличиваться не более чем в k раз.

Программа считается эффективной по памяти, если размер памяти, использованной в программе для хранения данных, не зависит от числа N и не превышает 1 килобайта.

Перед программой укажите версию языка программирования и кратко опишите использованный алгоритм.

ОБЯЗАТЕЛЬНО укажите, что программа является решением ЗАДАНИЯ Б.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени и по памяти, – 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени, но неэффективную по памяти, – 3 балла.

НАПОМИНАЕМ! Не забудьте указать, к какому заданию относится каждая из представленных Вами программ.

Входные данные представлены следующим образом. В первой строке задаётся число N – общее количество показаний прибора. Гарантируется, что $N > 6$. В каждой из следующих N строк задаётся одно положительное целое число – очередное показание прибора.

Пример входных данных:

```
11
12
45
5
3
17
23
21
20
19
18
17
```

Программа должна вывести одно число – описанное в условии произведение либо -1 , если получить такое произведение не удаётся.

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

```
54
```

Содержание верного ответа и указания по оцениванию

(допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)

Задание Б (решение для задания А приведено ниже, см. программу 4). Чтобы произведение было чётным, хотя бы один сомножитель должен быть чётным, поэтому при поиске подходящих произведений чётные показания прибора можно рассматривать в паре с любыми другими, а нечётные – только с чётными.

Для каждого показания с номером k , начиная с $k = 7$, рассмотрим все допустимые по условиям задачи пары, в которых данное показание получено вторым. Минимальное произведение из всех этих пар будет получено, если первым в паре будет взято минимальное подходящее показание среди всех, полученных от начала приёма и до показания с номером $k - 6$. Если очередное показание чётное, минимальное среди предыдущих может быть любым, если нечётное – только чётным.

Для получения эффективного по времени решения нужно по мере ввода данных помнить абсолютное минимальное и минимальное чётное показание на каждый момент времени, каждое вновь полученное показание умножать на соответствующий ему минимум, имевшийся на 6 элементов ранее, и выбрать минимальное из всех таких произведений.

Поскольку каждое текущее минимальное показание используется после ввода ещё 6 элементов и после этого становится ненужным, достаточно хранить только 6 последних минимумов. Для этого можно использовать массив из 6 элементов и циклически заполнять его по мере ввода данных. Размер этого массива не зависит от общего количества введённых показаний, поэтому такое решение будет эффективным не только по времени, но и по памяти. Чтобы хранить абсолютный и чётный минимумы, нужно использовать два таких массива.

Ниже приводится пример такой программы, написанной на алгоритмическом языке.

**Программа 1. Пример правильной программы на алгоритмическом языке.
Программа эффективна по времени и по памяти**

```

алг
нач
  цел s = 6           | требуемое расстояние между показаниями
  цел аmax = 1001    | больше максимально возможного показания
  цел N
  ввод N
  цел а              | очередное показание прибора
  целтаб мини[0:s-1] | текущие минимумы последних s элементов
  целтаб миничет[0:s-1] | чётные минимумы последних s элементов
  цел i
  | вводим первые s показаний, фиксируем минимумы
  цел ма; ма := аmax | минимальное показание
  цел мчет; мчет := аmax | минимальное чётное показание
  нц для i от 1 до s
    ввод а
    ма := imin(ма, а)
    если mod(a,2) = 0 то мчет := imin(мчет,а) все
    мини[mod(i, s)] := ма
    миничет[mod(i, s)] := мчет
  кц
  цел mp = аmax*аmax | минимальное значение произведения
  цел п
  нц для i от s+1 до N
    ввод а
    если mod(a,2)=0
      то п := а * мини[mod(i, s)]
      иначе если мчет < аmax
        то п := а * миничет[mod(i, s)]
        иначе п := аmax*аmax;
    все
  все
  mp := imin(mp, п)
  ма := imin(ма, а)
  если mod(a,2) = 0 то мчет := imin(мчет,а) все
  мини[mod(i, s)] := ма
  миничет[mod(i, s)] := мчет
кц
если mp = аmax*аmax то mp:=-1 все
вывод mp
конт

```

Возможны и другие реализации. Например, вместо циклического заполнения массива можно каждый раз сдвигать его элементы. В приведённом ниже примере хранятся и сдвигаются не минимумы, а исходные значения. Это требует чуть меньше памяти (достаточно одного массива вместо двух), но по времени решение со сдвигами менее эффективно, чем с циклическим заполнением. Однако время работы остаётся пропорциональным N , поэтому максимальная оценка за такое решение тоже составляет 4 балла.

**Программа 2. Пример правильной программы на языке Паскаль.
Программа использует сдвиги, но эффективна по времени и по памяти**

```
const s = 6; {требуемое расстояние между показаниями}
      amax = 1001; {больше максимально возможного показания}
var
  N: integer;
  a: array[1..s] of integer; {хранение s показаний прибора}
  a_: integer; {ввод очередного показания}
  ma: integer; {минимальное число без s последних}
  me: integer; {минимальное чётное число без s последних}
  mp: integer; {минимальное значение произведения}
  p: integer;
  i, j: integer;
begin
  readln(N);
  {Ввод первых s чисел}
  for i:=1 to s do readln(a[i]);
  {Ввод остальных значений, поиск минимального произведения}
  ma := amax; me := amax;
  mp := amax*amax;
  for i := s + 1 to N do begin
    readln(a_);
    if a[1] < ma then ma := a[1];
    if (a[1] mod 2 = 0) and (a[1] < me) then me := a[1];
    if a_ mod 2 = 0 then p := a_ * ma
    else if me < amax then p := a_ * me
    else p := amax* amax;
    if (p < mp) then mp := p;
    {сдвигаем элементы вспомогательного массива влево}
    for j := 1 to s - 1 do
      a[j] := a[j + 1];
    a[s] := a_
  end;
  if mp = amax*amax then mp:=-1;
  writeln(mp)
end.
```

Если вместо небольшого массива фиксированного размера (циклического или со сдвигами) хранятся все исходные данные (или все текущие минимумы), программа сохраняет эффективность по времени, но становится неэффективной по памяти, так как требуемая память растёт пропорционально N . Ниже приводится пример такой программы на языке Паскаль. Подобные (и аналогичные по сути) программы оцениваются не выше 3 баллов.

**Программа 3. Пример правильной программы на языке Паскаль.
Программа эффективна по времени, но неэффективна по памяти**

```
const s = 6; {требуемое расстояние между показаниями}
      amax = 1001; {больше максимально возможного показания}
var
  N, p, i: integer;
  a: array[1..10000] of integer; {все показания прибора}
  ma: integer; {минимальное число без s последних}
  me: integer; {минимальное чётное число без s последних}
  mp: integer; {минимальное значение произведения}
begin
  readln(N);
  {Ввод всех показаний прибора}
  for i:=1 to N do readln(a[i]);
  ma := amax;
  me := amax;
  mp := amax*amax;
  for i := s + 1 to N do
    begin
      if a[i-s] < ma then ma := a[i-s];
      if (a[i-s] mod 2 = 0) and (a[i-s] < me) then
        me := a[i-s];
      if a[i] mod 2 = 0 then p := a[i] * ma
      else if me < amax then p := a[i] * me
      else p := amax * amax;
      if (p < mp) then mp := p
    end;
  if mp = amax*amax then mp := -1;
  writeln(mp)
end.
```

Возможно также переборное решение, в котором находятся произведения всех возможных пар и из них выбирается минимальное. Ниже (см. программу 4) приведён пример подобного решения. Это (и аналогичные ему) решение неэффективно ни по времени, ни по памяти. Оно является решением задания А, но не является решением задания Б. Оценка за такое решение – 2 балла.

Программа 4. Пример правильной программы на языке Паскаль.
Программа неэффективна ни по времени, ни по памяти

```
const s = 6; {требуемое расстояние между показаниями}
var
  N: integer;
  a: array[1..10000] of integer; {все показания прибора}
  mp: integer; {минимальное значение произведения}
  i, j: integer;
begin
  readln(N);
  {Ввод значений прибора}
  for i:=1 to N do
    readln(a[i]);
  mp := 1000 * 1000 + 1;
  for i := 1 to N-s do begin
    for j := i+s to N do begin
      if (a[i]*a[j] mod 2 = 0) and (a[i]*a[j] < mp)
        then mp := a[i]*a[j]
      end;
    end;
  if mp = 1000 * 1000 + 1 then mp := -1;
  writeln(mp)
end.
```

Указания по оцениванию	Баллы
<p><i>Предварительные замечания.</i></p> <p>1. В задаче есть два задания (А и Б). Соответственно, ученик может представить две программы. В каждой из программ должно быть указано, решением какого из заданий она является. Если в работе представлена одна программа, то в ней также должно быть указано, решением какого из заданий она является.</p> <p>2. Если ученик не указал, к какому заданию относится программа, или можно предположить, что ученик ошибся в идентификации программ, необходимо следовать приведённым ниже инструкциям.</p> <p>Случай 2.1. Ученик представил только одну программу. Следует рассматривать программу как решение задания Б и оценивать её по соответствующим критериям.</p> <p>Случай 2.2. Ученик представил две программы, но указание задания есть только для одной из программ. Следует рассматривать вторую программу как ответ на оставшееся задание.</p> <p>Случай 2.3. Ученик представил две программы; ни для одной из них задание не указано, или в обоих решениях указано одно и то же задание. Следует первую (по порядку в представленных учеником материалах) программу рассматривать как ответ на задание А, а вторую – как ответ на задание Б.</p> <p>Случай 2.4. Ученик представил более двух программ. Следует рассматривать только две последние программы и соотносить их с заданиями по правилам 2.1–2.3.</p> <p>Случай 2.5. Решение, представленное в качестве решения задания А, по критериям для задания Б может быть оценено в 3 или 4 балла. При этом решение, представленное в качестве решения задания Б, получило меньшую оценку. Следует считать, что ученик перепутал обозначения заданий и оценивать решение, представленное как решение задания А, по критериям задания Б.</p> <p>НАПОМИНАЕМ! <i>Итоговый балл за задачу – это больший из баллов, полученных учеником за каждое из двух представленных решений.</i></p>	

Пояснения для проверяющих.	
1. Задание Б является усложнением задания А. Если в качестве решения задания Б представлено решение задания А, то согласно приведённым ниже критериям его оценка будет такой же, как если бы это решение было представлено в качестве решения задания А.	
2. Два задания (и, соответственно, возможность для экзаменуемого представить две программы) дают ученику возможность (при его желании) сначала написать менее сложное и менее эффективное решение (задание А), которое даёт ему право получить 2 балла, а затем приступить к поиску более эффективного решения.	
3. Приведённые в п. 2.1–2.5 правила имеют целью избежать снижения оценки из-за того, что ученик перепутал обозначения заданий	
Критерии оценивания задания А	
Программа решает поставленную задачу для любых соответствующих условию входных данных. Например, допускается переборное решение, аналогичное приведённой выше программе 4. Допускается до семи синтаксических и приравненных к ним ошибок (см. критерии оценивания задания Б на 4 балла). Допускается до двух содержательных ошибок, описанных в критериях оценивания задания Б на 3 балла	2
Не выполнены условия, позволяющие поставить 2 балла. Из описания алгоритма или общей структуры программы видно, что экзаменуемый в целом правильно представляет путь решения задачи независимо от эффективности. При этом программа может быть представлена отдельными фрагментами, без ограничений на количество синтаксических и содержательных ошибок. 1 балл ставится также за решения, верные лишь в частных случаях	1
Не выполнены критерии, позволяющие поставить 1 или 2 балла	0
<i>Максимальный балл для задания А</i>	2

Критерии оценивания задания Б	
Программа правильно работает для любых соответствующих условию входных данных и при этом эффективна как по времени, так и по памяти, т.е. не используются массивы и другие структуры данных, размер которых зависит от количества входных элементов, а время работы пропорционально этому количеству. Возможно использование массивов и динамических структур данных (например, контейнеры STL в программе на языке C++) при условии, что в них в каждый момент времени хранится фиксированное количество элементов, требующих для хранения меньше 1кб (минимально необходимое количество – шесть; допускается решение с запасом). Программа может содержать не более трёх синтаксических ошибок следующих видов: <ul style="list-style-type: none"> – пропущен или неверно указан знак пунктуации (запятая, точка с запятой, скобки и т.д.); – неверно написано или пропущено служебное слово языка программирования; – не описана или неверно описана переменная; – применяется операция, недопустимая для соответствующего типа данных. К синтаксическим ошибкам приравнивается использование неверного типа данных (например, использование целого типа вместо вещественного для представления данных при вводе и обработке). Если одна и та же ошибка встречается несколько раз, она считается за одну ошибку	4
Не выполнены условия, позволяющие поставить 4 балла. Программа правильно работает для любых соответствующих условию входных данных, время работы пропорционально количеству входных элементов. Размер используемой памяти не имеет значения и может зависеть от объёма входных данных. В частности, допускается использование одного или нескольких массивов размера N (как в приведённой выше программе 3). Программа может содержать не более пяти синтаксических и приравненных к ним ошибок, описанных в критериях на 4 балла. Кроме того, допускается наличие не более одной содержательной ошибки из числа следующих: <ul style="list-style-type: none"> – неверная инициализация при поиске минимального значения; – неверная обработка начальных элементов данных, которая может, например, привести к получению ошибочного ответа при $6 < N < 12$; 	3

<ul style="list-style-type: none"> – неточное определение границ массива, выход за границу массива (например, описан массив с границами от 1 до 6, а реально используется от 0 до 5 или наоборот); – вычисленный индекс элемента массива на 1 отличается от верного; – используется операция "<" вместо "<=", "or" вместо "and" и т.п.; – не учитывается, что заданные показания могут начинаться с одного или нескольких чётных чисел; – не учитывается, что для данного набора показаний может не быть ни одного удовлетворяющего условиям произведения 	
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 3 или 4 балла. Программа работает в целом верно, эффективно или нет. Например, допускается переборное решение, аналогичное приведённой выше программе 4. Допускается до семи синтаксических и приравненных к ним ошибок (см. критерии на 4 балла). Допускается до двух содержательных ошибок, описанных в критериях на 3 балла</p>	2
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 2, 3 или 4 балла. Из описания алгоритма или общей структуры программы видно, что экзаменуемый в целом правильно представляет путь решения задачи независимо от эффективности. При этом программа может быть представлена отдельными фрагментами, без ограничений на количество синтаксических и содержательных ошибок. 1 балл ставится также за решения, верные лишь в частных случаях</p>	1
<p>Не выполнены критерии, позволяющие поставить 1, 2, 3 или 4 балла</p>	0
<i>Максимальный балл для задания Б</i>	4
<i>Итоговый максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минобрнауки России от 26.12.2013 № 1400 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31205)

«61. По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развёрнутым ответом...

62. В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Если расхождение составляет 2 и более балла за выполнение любого из заданий, то третий эксперт проверяет ответы только на те задания, которые вызвали столь существенное расхождение.