

Тренировочная работа №3
по МАТЕМАТИКЕ

16 марта 2011 года

9 класс

Вариант № 1 (перспективная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;

- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;

- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 2) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

10 Найдите корни уравнения $4x^2 + 9 = 12x$.

Ответ:

11 Сократите дробь $\frac{25x^2 - 16y^2}{(4y - 5x)^2}$.

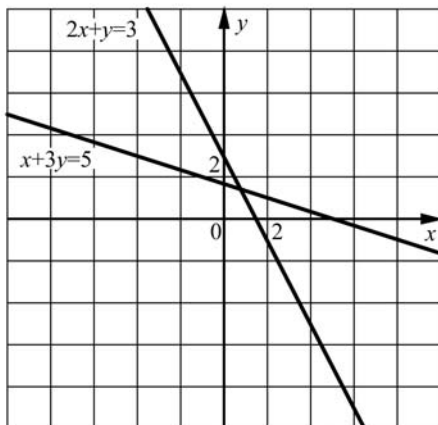
1) -1

2) $\frac{5x + 4y}{5x - 4y}$

3) $\frac{5x - 4y}{4y + 5x}$

4) $\frac{5x + 4y}{4y - 5x}$

12 Найдите координаты точки пересечения прямых (см. рисунок), заданных уравнениями $2x + y = 3$ и $x + 3y = 5$.



Ответ:

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Диагонали параллелограмма равны.
- 2) Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 3) Центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.
- 4) Если суммы длин противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

Ответ:

14 Решите неравенство $20 - 3(2x + 5) < 1 - 6x$.

Ответ:

15 Найдите медиану прямоугольного треугольника, проведенную к гипотенузе, если гипотенуза равна 54 см.

Ответ:

16 Температура воздуха в Москве в течение недели представляла ряд 23, 25, 27, 24, 21, 28, 27 градусов ниже нуля. Укажите медиану этого ряда чисел.

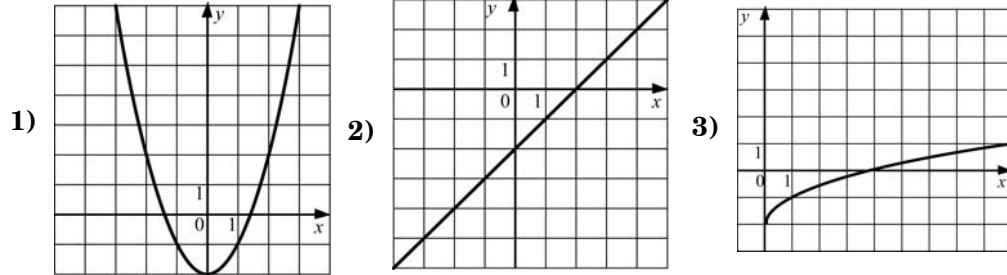
Ответ:

17 Установите соответствие между формулами, задающими функции, и их графиками.

А) $y = x^2 - 2$

Б) $y = x - 2$

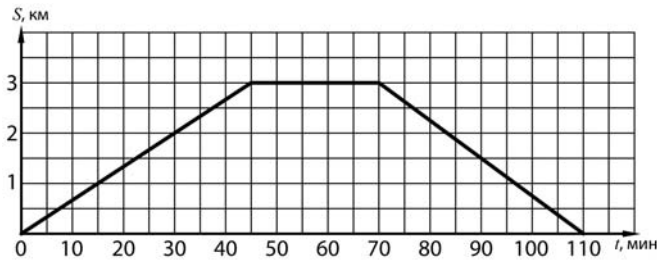
В) $y = \sqrt{x} - 2$



Ответ:

А	Б	В

18 Турист отправился из лагеря к озеру, отдохнул у озера и вернулся обратно. На рисунке изображен график движения туриста (по горизонтальной оси откладывается время, по вертикальной – расстояние, на котором находится турист от лагеря). Найдите скорость туриста на пути к озеру, выразив ее в километрах в час.



Ответ:

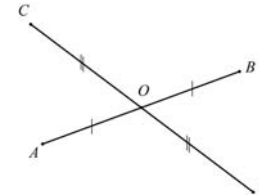
Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Сократите дробь $\frac{3^2 \cdot 25^4}{5^{10} \cdot 2^2}$.

20 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда.

21 Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , являющейся их серединой. Докажите равенство треугольников ABC и BAD .



22 Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

23 В трапеции $ABCD$ основание AD в 5 раз больше основания BC . Диагонали трапеции пересекаются в точке O . Средняя линия трапеции пересекает диагонали в точках M и N . Найдите отношение площади треугольника MON к площади трапеции.

Тренировочная работа №3
по МАТЕМАТИКЕ

16 марта 2011 года

9 класс

Вариант № 2 (перспективная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;

- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;

- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 2) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

10 Найдите корни уравнения $9x^2 + 4 = 12x$.

Ответ:

11 Последовательности заданы несколькими первыми членами. Одна из них – **НЕ** арифметическая прогрессия. Найдите ее.

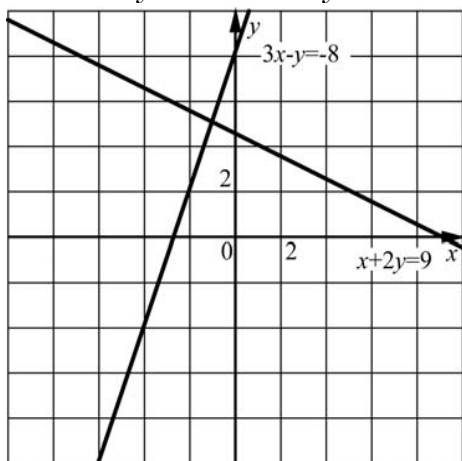
1) $1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4} \dots$

2) $0,1; 0; -0,1; -0,2 \dots$

3) $1; 3; 5; 7 \dots$

4) $0; 2,5; 5; 7,5 \dots$

12 Найдите координаты точки пересечения прямых (см. рисунок), заданных уравнениями $3x - y = -8$ и $x + 2y = 9$.



Ответ:

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Диагонали прямоугольника равны.
- 2) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.
- 3) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении его высот.
- 4) Если суммы противоположных углов выпуклого четырехугольника равны 180° , то около него можно описать окружность.

Ответ:

14 Решите неравенство $18 - 3(2x + 5) > 1 - 6x$.

Ответ:

15 Угол между высотами ромба, проведенными из вершины тупого угла 23° . Найдите острый угол ромба.

Ответ:

16 На соревнованиях по стрельбе учащимися 9 класса были показаны результаты, представляющие ряд 82, 49, 61, 77, 58, 42 очков. Найдите среднее арифметическое этого ряда чисел.

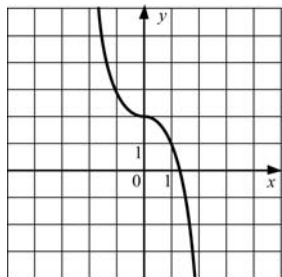
Ответ:

17 Установите соответствие между формулами, задающими функции. И их графиками.

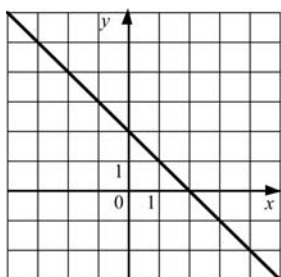
А) $y = 2 - x^3$

Б) $y = 2 - x$

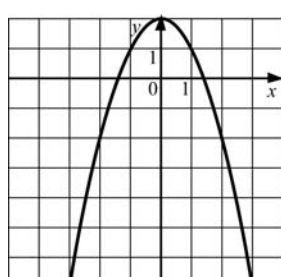
В) $y = 2 - x^2$



1)



2)

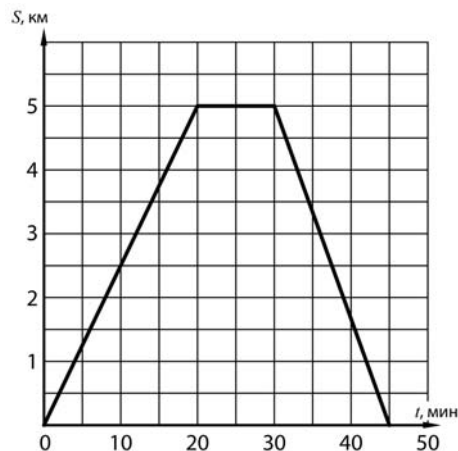


3)

Ответ:

А	Б	В
□	□	□

18 Велосипедист выехал из дома, доехал до почты и, пробыв там некоторое время, вернулся домой. На рисунке изображен график его движения (по горизонтальной оси откладывается время, по вертикальной – расстояние, на котором находился велосипедист от дома). Найдите скорость велосипедиста по пути на почту, выразив ее в километрах в час.



Ответ:

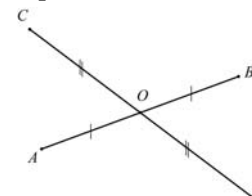
Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Сократите дробь $\frac{2^2 \cdot 4^8}{16^5 \cdot 5^2}$.

20 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 24 секунды. Найдите длину поезда.

21 Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , являющейся их серединой. Докажите параллельность прямых AC и BD .



22 Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = -x^2 - 1$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

23 В трапеции $ABCD$ основание AD в 3 раза больше основания BC . Диагонали трапеции пересекаются в точке O . Средняя линия трапеции пересекает диагонали в точках M и N . Найдите отношение площади треугольника MON к площади трапеции.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\frac{3^2 \cdot 25^4}{5^{10} \cdot 2^2}$.

Решение. $\frac{3^2 \cdot 25^4}{5^{10} \cdot 2^2} = \frac{3^2 \cdot 5^8}{5^{10} \cdot 2^2} = \frac{3^2}{5^2 \cdot 2^2} = \frac{9}{100} = 0,09$.

Ответ: 0,09.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

20 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда.

Решение. $36 \text{ с} = \frac{36}{3600} \text{ ч} = 0,01 \text{ ч}$.

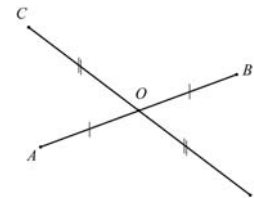
Тогда мимо придорожного столба поезд проезжает расстояние, равное длине поезда:

$$90 \cdot 0,01 = 0,9 \text{ (км)} = 900 \text{ (м)}.$$

Ответ: 900 м.

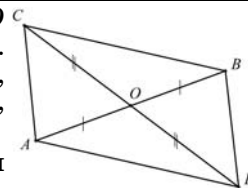
Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

21 Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , являющейся их серединой. Докажите равенство треугольников ABC и BAD .



Решение. В четырехугольнике $ACBD$ диагонали AB и CD пересекаются в точке O и делятся этой точкой пополам. Следовательно, четырехугольник $ACBD$ – параллелограмм, а значит, его противоположные стороны равны: $AC = BD$, $BC = AD$.

Итак, треугольники ABC и BAD равны по трем сторонам (AB – общая).



Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Ход решения верный, но даны неполные объяснения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

22 Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

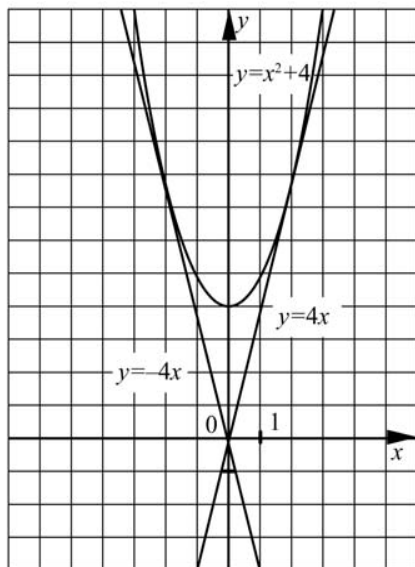
Решение. Графиком функции $y = x^2 + 4$ является парабола, ветви которой направлены вверх, с вершиной в точке $(0; 4)$.

Данная прямая и парабола имеют ровно одну общую точку тогда, и только тогда, когда система уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 4, \\ y = kx \end{cases}$ имеет единственное решение.

Значит, уравнение $x^2 + 4 = kx$ должно иметь единственный корень.

$$x^2 - kx + 4 = 0, D = k^2 - 16 = 0, k^2 = 16, k = \pm 4.$$

Прямые $y = 4x$ и $y = -4x$ имеют с параболой $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку (см. рисунок).



Ответ: $k = -4, k = 4.$

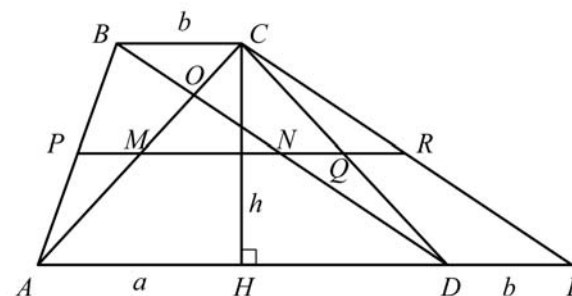
Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но указано только одно значение параметра k или допущена одна вычислительная ошибка; Или найдены значения $k = \pm 4$, но не построены графики	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

23 В трапеции $ABCD$ основание AD в 5 раз больше основания BC . Диагонали трапеции пересекаются в точке O . Средняя линия трапеции пересекает диагонали в точках M и N . Найдите отношение площади треугольника MON к площади трапеции.

Решение. 1) Пусть в трапеции $ABCD$ основания $AD = a, BC = b$, высота $CH = h$. По условию $a = 5b$.

2) Средняя линия PQ трапеции $ABCD$ пересекает диагональ AC в точке M , диагональ BD в точке N .

3) Выполним дополнительное построение: через вершину трапеции C проведем прямую, параллельную диагонали BD до пересечения с основанием AD – точка E .



Четырехугольник $BCED$ – параллелограмм ($BD \parallel CE, BC \parallel DE$), поэтому $DE = BC = b$.

4) Рассмотрим треугольник ACE : $AE = AD + DE = a + b$, высота $CH = h$.

$$S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AE \cdot CH = \frac{1}{2}(a + b)h = S_{ABCD}.$$

5) В треугольнике MON : $MN = MR - NR = \frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2}$.

6) Треугольники MON и ACE подобны по двум углам ($\angle M = \angle A$ – соответственные при параллельных прямых MN и AD и секущей AC , $\angle O = \angle C$ – соответственные при параллельных прямых BD и CE и секущей AC). Значит, их площади относятся как квадраты их соответствующих линейных размеров:

$$\frac{S_{\triangle MON}}{S_{\triangle ACE}} = \left(\frac{MN}{AE}\right)^2 = \left(\frac{\frac{a-b}{2}}{a+b}\right)^2 = \left(\frac{5b-b}{5b+b}\right)^2 = \left(\frac{2b}{6b}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

Следовательно, $\frac{S_{\Delta MON}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{9}$.

Ответ: $\frac{1}{9}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\frac{2^2 \cdot 4^8}{16^5 \cdot 5^2}$.

Решение. $\frac{2^2 \cdot 4^8}{16^5 \cdot 5^2} = \frac{2^2 \cdot 2^{16}}{2^{20} \cdot 5^2} = \frac{2^{18}}{2^{20} \cdot 5^2} = \frac{1}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{1}{100} = 0,01$.

Ответ: 0,01.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

20 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 24 секунды. Найдите длину поезда.

Решение. $24 \text{ с} = \frac{24}{3600} \text{ ч} = \frac{1}{150} \text{ ч}$.

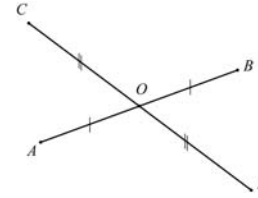
Тогда мимо придорожного столба поезд проезжает расстояние, равное длине поезда:

$$60 \cdot \frac{1}{150} = 0,4 \text{ (км)} = 400 \text{ (м)}.$$

Ответ: 400 м.

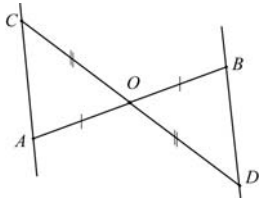
Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

21 Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , являющейся их серединой. Докажите параллельность прямых AC и BD .



Решение. $\angle AOC = \angle BOD$ как вертикальные. Треугольники AOC и BOD равны по двум соответственно равным сторонам и равным углам между ними.

В этих треугольниках $\angle CAO = \angle DBO$ как соответственно равные элементы, и так как эти углы являются внутренними накрест лежащими при прямых AC и BD и секущей AB , то прямые AC и BD параллельны.



Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Ход решения верный, но даны неполные объяснения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

22 Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = -x^2 - 1$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

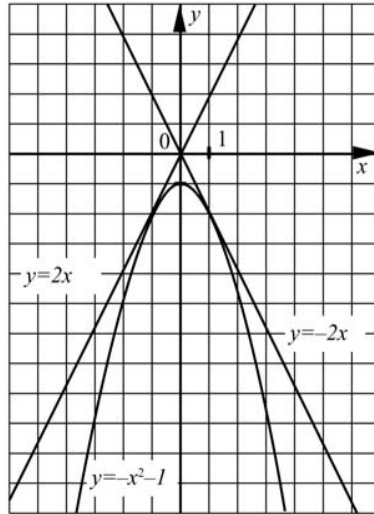
Решение. Графиком функции $y = -x^2 - 1$ является парабола, ветви которой направлены вниз, и с вершиной в точке $(0; -1)$. Данная прямая и парабола имеют ровно одну общую точку тогда, и только тогда, когда система уравнений

$$\begin{cases} y = -x^2 - 1, \\ y = kx \end{cases}$$

имеет единственное решение. Значит, уравнение $-x^2 - 1 = kx$ должно иметь единственный корень.

$$x^2 + kx + 1 = 0, D = k^2 - 4 = 0, k^2 = 4, k = \pm 2.$$

Прямые $y = 2x$ и $y = -2x$ имеют с параболой $y = -x^2 - 1$ ровно одну общую точку (см. рисунок).



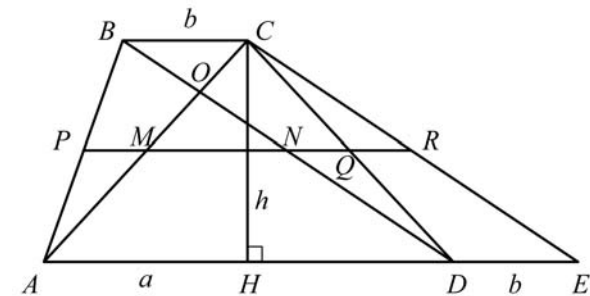
Ответ: $k = -2, k = 2.$

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но указано только одно значение параметра k или допущена одна вычислительная ошибка;	3
Или найдены значения $k = \pm 2$, но не построены графики	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

23 В трапеции $ABCD$ основание AD в 3 раза больше основания BC . Диагонали трапеции пересекаются в точке O . Средняя линия трапеции пересекает диагонали в точках M и N . Найдите отношение площади треугольника MON к площади трапеции.

Решение.

- 1) Пусть в трапеции $ABCD$ основания $AD = a, BC = b$, высота $CH = h$. По условию $a = 3b$.
- 2) Средняя линия PQ трапеции $ABCD$ пересекает диагональ AC в точке M , диагональ BD в точке N .
- 3) Выполним дополнительное построение: через вершину трапеции C проведем прямую, параллельную диагонали BD до пересечения с прямой, содержащей основание AD – точка E .



Четырехугольник $BCED$ – параллелограмм ($BD \parallel CE, BC \parallel DE$), поэтому $DE = BC = b$.

- 4) Рассмотрим треугольник ACE : $AE = AD + DE = a + b$, высота $CH = h$.

$$S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AE \cdot CH = \frac{1}{2}(a + b)h = S_{ABCD}.$$

- 5) В треугольнике MON : $MN = MR - NR = \frac{a + b}{2} - b = \frac{a - b}{2}$.

6) Треугольники MON и ACE подобны по двум углам ($\angle M = \angle A$ – соответственные при параллельных прямых MN и AD и секущей AC , $\angle O = \angle C$ – соответственные при параллельных прямых BD и CE и секущей AC). Значит, их площади относятся как квадраты их соответствующих линейных размеров:

$$\frac{S_{\triangle MON}}{S_{\triangle ACE}} = \left(\frac{MN}{AE}\right)^2 = \left(\frac{\frac{a-b}{2}}{a+b}\right)^2 = \left(\frac{3b-b}{2(3b+b)}\right)^2 = \left(\frac{b}{4b}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}.$$

Следовательно, $\frac{S_{\Delta MON}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{16}$.

Ответ: $\frac{1}{16}$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	124
2	2
3	18 и 19
4	9
5	0,2
6	3
7	3
8	4
9	96

№ задания	Ответ
10	1,5
11	2
12	(0,8;1,4)
13	34
14	Нет решений
15	27
16	-25
17	123
18	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	142
2	84
3	10 и 11
4	8
5	0,125
6	2
7	3
8	4
9	275

№ задания	Ответ
10	2/3
11	1
12	(-1;5)
13	124
14	x - любой
15	23
16	61,5
17	123
18	15