КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЁРНУТЫМ ОТВЕТОМ

ВАРИАНТ 1

C1 Найдите наибольшее значение функции $f(x)=\left|\sqrt{9-x^2}-4\right|+\sqrt{9-x^2}-x^2-8x$.

Решение.

1) Областью определения данной функции является отрезок $[-3;3]$. При всех значениях x из области определения выполняется неравенство $\sqrt{9-x^2}\le\sqrt{9}$, откуда $\sqrt{9-x^2}\le 3$ и поэтому $\sqrt{9-x^2}-4<0$. Следовательно, $f(x)=-\sqrt{9-x^2}+4+\sqrt{9-x^2}-x^2-8x$. После приведения подобных получим $f(x)=-x^2-8x+4$.
2) Таким образом, задача сводится к определению наибольшего значения квадратичной функции на отрезке $[-3;3]$. Ветви параболы, являющейся графиком этой функции, направлены вниз, абсцисса вершины равна -4 и не принадлежит отрезку $[-3;3]$, а находится на оси абсцисс левее левого конца отрезка. Поэтому на отрезке $[-3;3]$ данная функция убывает и достигает своего наибольшего значения при $x=-3$. Значит, $\max\limits_{-3\le x\le 3} f(x)=f(-3)=-(-3)^2-8\cdot(-3)+4=19$.

Ответ. 19.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдена область определения функции и упрощена формула, задающая функцию; 2) найдено наибольшее значение функции (возможно, с помощью производной или без ссылки на монотонность – путем сравнения значений функции на концах отрезка). Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены описка и/или вычислительная ошибка в шаге 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

ВАРИАНТ 1

C2

Решите уравнение $x(3x+4)+4x\sqrt{\dfrac{3x+4}{x}}+4=0$.

Решение.

1) Левая часть уравнения определена, если $\dfrac{3x+4}{x}\geq 0$, откуда $x>0$ или $x\leq -\dfrac{4}{3}$. Если $x>0$, каждое слагаемое левой части уравнения положительно, поэтому левая часть уравнения не обращается в нуль и уравнение не имеет решений. Пусть $x\leq -\dfrac{4}{3}$. Если $a<0$, то $a\sqrt{b}=-\sqrt{a^2b}$. Поэтому уравнение примет вид $x(3x+4)-4\sqrt{x^2\cdot\dfrac{3x+4}{x}}+4=0$, откуда $x(3x+4)-4\sqrt{x(3x+4)}+4=0$.

2) Таким образом, искомые значения переменной являются решениями системы

$$\begin{cases} x(3x+4)-4\sqrt{x(3x+4)}+4=0, \\ x\leq -\dfrac{4}{3}. \end{cases}$$

Решим уравнение системы, заметив, что его левая часть является полным квадратом, и уравнение преобразуется к виду $\left(\sqrt{x(3x+4)}-2\right)^2=0$, откуда $\sqrt{x(3x+4)}=2$, и $x(3x+4)=4$. Последнее уравнение легко приводится к квадратному уравнению $3x^2+4x-4=0$, корнями которого являются числа -2 и $\dfrac{2}{3}$. Неравенству $x\leq -\dfrac{4}{3}$ системы удовлетворяет только -2.

Ответ. -2.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) уравнение сведено к равносильной ему системе; 2) решена полученная система. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка или описка в шаге 2), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

ВАРИАНТ 2

С1 Найдите наименьшее значение функции $f(x)=\left|\sqrt{4-x^2}-3\right|+\sqrt{4-x^2}+x^2-6x$.

Решение.

3) Областью определения данной функции является отрезок $[-2;\,2]$. При всех значениях x из области определения выполняется неравенство $\sqrt{4-x^2}\le\sqrt{4}$, откуда $\sqrt{4-x^2}\le 2$ и поэтому $\sqrt{4-x^2}-3<0$. Следовательно, $f(x)=-\sqrt{4-x^2}+3+\sqrt{4-x^2}+x^2-6x$. После приведения подобных получим $f(x)=x^2-6x+3$.

4) Таким образом, задача сводится к определению наименьшего значения квадратичной функции на отрезке $[-2;\,2]$. Ветви параболы, являющейся графиком этой функции, направлены вверх, абсцисса вершины равна 3 и не принадлежит отрезку $[-2;\,2]$, а находится на оси абсцисс правее правого конца отрезка. Поэтому на отрезке $[-2;\,2]$ данная функция убывает и достигает своего наименьшего значения при $x=2$. Значит, $\min\limits_{-2\le x\le 2} f(x)=f(2)=2^2-6\cdot 2+3=-5$.

Ответ. -5.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдена область определения функции и упрощена формула, задающая функцию; 2) найдено наибольшее значение функции (возможно, с помощью производной или без ссылки на монотонность – путем сравнения значений функции на концах отрезка). Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены описка и/или вычислительная ошибка в шаге 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

ВАРИАНТ 2

С2

Решите уравнение $x(2x+1)+2x\sqrt{\frac{2x+1}{x}}+1=0$.

Решение.

1) Левая часть уравнения определена, если $\frac{2x+1}{x}\ge 0$, откуда $x>0$ или $x\le -\frac{1}{2}$. Если $x>0$, каждое слагаемое левой части уравнения положительно, поэтому левая часть уравнения не обращается в нуль и уравнение не имеет решений. Пусть $x\le -\frac{1}{2}$. Если $a<0$, то $a\sqrt{b}=-\sqrt{a^2b}$. Поэтому уравнение примет вид $x(2x+1)-2\sqrt{x^2\cdot\frac{2x+1}{x}}+1=0$, откуда $x(2x+1)-2\sqrt{x(2x+1)}+1=0$.

2) Таким образом, искомые значения переменной являются решениями системы

$$\begin{cases} x(2x+1)-2\sqrt{x(2x+1)}+1=0, \\ x\le -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Решим уравнение системы, заметив, что его левая часть является полным квадратом, и уравнение преобразуется к виду $\left(\sqrt{x(2x+1)}-1\right)^2=0$, откуда $\sqrt{x(2x+1)}=1$, и $x(2x+1)=1$. Последнее уравнение легко приводится к квадратному уравнению $2x^2+x-1=0$, корнями которого являются числа -1 и $\frac{1}{2}$. Неравенству $x\le -\frac{1}{2}$ системы удовлетворяет только -1.

Ответ. -1.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 3) уравнение сведено к равносильной ему системе; 4) решена полученная система. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка или описка в шаге 2), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.