Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

При выполнении заданий С1 – С2 необходимо записать решение

C1 Найдите наименьшее значение функции

$$f(x)=\left|3\sqrt{49-x^2}-22\right|+3\sqrt{49-x^2}+x^2-16x-22\ .$$

Найдите наименьшее значение функции

$$f(x)=\left|3\sqrt{49-x^2}-22\right|+3\sqrt{49-x^2}+x^2-16x-22\ .$$

Решение.

1) Областью определения данной функции является отрезок $[-7\,;7]$. При всех значениях x из области определения выполняется неравенство $3\sqrt{49-x^2}\le 3\sqrt{49}$, откуда $3\sqrt{49-x^2}\le 21$, $3\sqrt{49-x^2}-22<0$ и $f\left(x\right)=-3\sqrt{49-x^2}+22+3\sqrt{49-x^2}+x^2-16x-22$. После приведения подобных получим $f(x)=x^2-16x$.

2) Задача свелась к определению наименьшего значения квадратичной функции на отрезке $[-7\,;7]$. Ветви параболы, являющейся графиком этой функции, направлены вверх, абсцисса вершины равна 8 и не принадлежит отрезку $[-7\,;7]$, а находится на оси абсцисс правее правого конца отрезка. Поэтому на отрезке $[-7\,;7]$ данная функция убывает и достигает своего наименьшего значения при $x=7$. Следовательно, $\min\limits_{-7\le x\le 7} f(x)=f(7)=7^2-16\cdot 7=-63$.

Ответ. -63.

Содержание критерия	Балл
Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдена область определения функции и упрощена формула, задающая функцию; 2) найдено наибольшее (наименьшее) значение функции. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.	2
Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены описка и/или вычислительная ошибка в шаге 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

C2 Найдите все пары чисел x и y, для которых

$$5\cos^2 x+5y^2+8y\cos x+2\cos x-2y+2=0.$$

Найдите все пары чисел x и y, для которых
$5\cos^2 x+5y^2+8y\cos x+2\cos x-2y+2=0.$

Решение.

1) Запишем уравнение как квадратное относительно переменной y: $5y^2+2(4\cos x-1)\,y+5\cos^2 x+2\cos x+2=0$. Найдем $\dfrac{D}{4}$, где D – дискриминант уравнения: $\dfrac{D}{4}=(4\cos x-1)^2-5(5\cos^2 x+2\cos x+2)$.
После раскрытия скобок и приведения подобных получим $\dfrac{D}{4}=-9\cos^2 x-18\cos x-9$, откуда $\dfrac{D}{4}=-9(\cos x+1)^2$.

2) Квадратное уравнение имеет решение только в случае, если его дискриминант неотрицателен. Последнее условие выполняется, лишь когда $\cos x = -1$, т.е. $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. При этом дискриминант уравнения равен нулю и $y = \dfrac{-2(4\cos x - 1)}{10}$, откуда $y = 1$.

Ответ. $(\pi + 2\pi n\,;1)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Содержание критерия	Балл
Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) уравнение записано как квадратное, найден его дискриминант; 2) из условия неотрицательности дискриминанта получено значение одной из переменных, после чего найдено значение второй переменной. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.	2
Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка или описка в шаге 2), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

Примечание. Уравнение можно решить иначе: 1) представить левую его часть в виде сумм двух квадратов, 2) перейти к равносильной системе и найти ее решения.