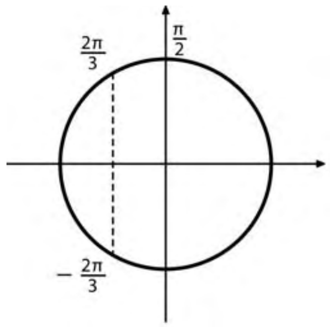
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решите уравнение $\dfrac{(\sin x-1)(2\cos x+1)}{\sqrt{\operatorname{tg} x}}=0.$

Решение:



Левая часть уравнения имеет смысл при $\operatorname{tg} x>0$.
Приравняем числитель к нулю:

$$(\sin x-1)(2\cos x+1)=0,$$

откуда $\sin x=1$ или $\cos x=-\dfrac{1}{2}$.

1 случай: $\sin x=1$. Тогда $x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$.

2 случай: $\cos x=-\dfrac{1}{2}$. Тогда $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$.

Учитывая условие $\cos x\neq 0$, получаем, что числа $\dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$ не являются решениями данного уравнения.

Учитывая условие $\operatorname{tg} x>0$, получаем, что числа $x=\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$ не являются решениями данного уравнения.

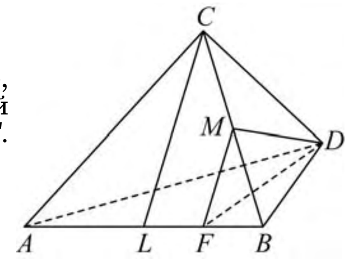
Ответ: $-\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной x, при которых равен нулю числитель левой части исходного уравнения. Отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© МИОО, 2011 г.

C2 Длина ребра правильного тетраэдра $ABCD$ равна 1. Найдите угол между прямыми DM и CL, где M – середина ребра BC, L – середина ребра AB.

Решение:



Пусть прямая MF, параллельная прямой CL, пересекает прямую AB в точке F. Тогда искомый угол между прямыми DM и CL равен углу DMF. Обозначим $\angle DMF$ буквой α.
MF – средняя линия треугольника BCL, поэтому

$$MF=\frac{1}{2}CL=\frac{\sqrt{3}}{4},\ \ BF=\frac{1}{2}BL=\frac{1}{4}.$$

Выразим квадрат отрезка DF по теореме косинусов в двух треугольниках DMF и BDF.

$$DF^2=DM^2+FM^2-2DM\cdot FM\cos\alpha=BD^2+BF^2-2BD\cdot BF\cos 60^\circ.$$

Поскольку $DM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ и $BD=1$, подставляя числовые данные, получим:

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{16}-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cos\alpha=1+\frac{1}{16}-2\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2};\ \ \cos\alpha=\frac{1}{6}.$$

Ответ: $\arccos\dfrac{1}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Задача обоснованно сведена к планиметрической, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© МИОО, 2011 г.

C3 Решите неравенство $\dfrac{\log_2(2x)\cdot\log_{0,5x}2}{\log_{0,125x}8}\le 1.$

Решение: Левая часть неравенства имеет смысл при $x>0$, $0,5x\ne 1$ и $0,125x\ne 1$, то есть при $x>0$, $x\ne 2$ и $x\ne 8$.
При этих условиях получаем:

$$\frac{\log_2(2x)\cdot\dfrac{1}{\log_2(0,5x)}}{\dfrac{3}{\log_2(0,125x)}}\le 1;\ \frac{(\log_2 2+\log_2 x)(\log_2 0,125+\log_2 x)}{\log_2 0,5+\log_2 x}\le 3;$$

$$\frac{(\log_2 x+1)(\log_2 x-3)}{\log_2 x-1}\le 3.$$

Сделаем замену: $y=\log_2 x$. Тогда $\dfrac{(y+1)(y-3)}{y-1}\le 3$; $\dfrac{y(y-5)}{y-1}\le 0.$

Получаем: $y\le 0$ или $1<y\le 5$. Следовательно, $0<x\le 1$ или $2<x\le 32$. Осталось исключить точку 8.

Ответ: $(0;\ 1];\ (2;\ 8);\ (8;\ 32]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным количеством значений переменной, при которых определены обе части исходного неравенства	2
Верно произведены преобразования, приводящие к неравенству-следствию, дробно-рациональному относительно $\log_2 x$. Возможно, что условия существования левой части данного неравенства не найдены или найдены неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

© МИОО, 2011 г.

C4 Площадь трапеции $ABCD$ равна 90, а одно из оснований тропеции вдвое больше другого. Диагонали пересекаются в точке O; отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C, пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N соответственно. Найдите площадь четырехугольника $OMPN$.

Решение:

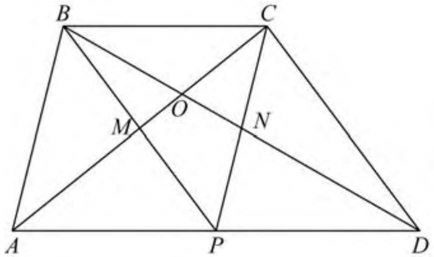


Рис. 1

Пусть h – высота трапеции, а основания равны a и $2a$. Тогда

$$S_{ABCD}=\frac{a+2a}{2}h=\frac{3}{2}ah=90, \text{ откуда } ah=60.$$

Пусть $AD=2a$, $BC=a$ (рис. 1). Четырехугольники $ABCP$ и $BCDP$ – параллелограммы, поэтому M и N – середины BP и CP соответственно, значит, CM и BN – медианы треугольника BPC.
Следовательно,

$$S_{OMPN}=\frac{1}{3}S_{\triangle BPC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}ah=\frac{1}{6}\cdot 60=10.$$

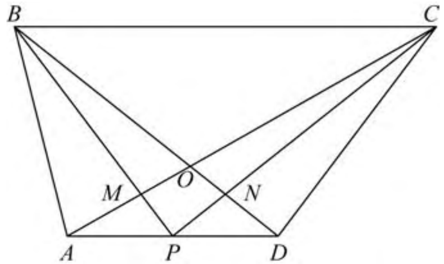


Рис. 2

Пусть теперь $BC=2a$; $AD=a$ (рис. 2). Положим, $AM=3t$. Треугольник AOD подобен треугольнику COB с коэффициентом 2, а треугольник AMP – треугольнику CMB с коэффициентом $\dfrac{AP}{BC}=\dfrac{1}{4}$.
Тогда

$$MC=4AM=12t,\quad AC=AM+MC=3t+12t=15t,$$
$$AO=\frac{1}{3}AC=5t,\quad \frac{AM}{AO}=\frac{3t}{5t}=\frac{3}{5}.$$

Аналогично, $\dfrac{DN}{DO}=\dfrac{3}{5}.$

Высота треугольника AOD, проведенная из вершины O, равна $\dfrac{1}{3}h$, значит,

© МИОО, 2011 г.

$$S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}a\cdot\frac{1}{3}h=\frac{1}{6}ah=\frac{1}{6}\cdot 60=10,$$

$$S_{\triangle DNP}=S_{\triangle AMP}=\frac{AM}{AO}\cdot\frac{AP}{AD}S_{\triangle AOD}=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot 10=3.$$

Следовательно,

$$S_{OMPN}=S_{\triangle AOD}-S_{\triangle DNP}-S_{\triangle AMP}=10-3-3=4.$$

Ответ: 10 или 4.

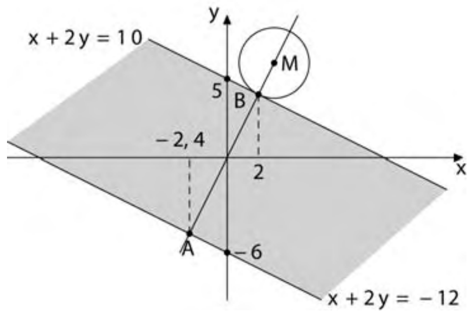
Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|x+2y+1|\le 11,\\ (x-a)^2+(y-2a)^2=2+a\end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение:



Преобразуем систему:

$$\begin{cases}-12\le x+2y\le 10,\\ (x-a)^2+(y-2a)^2=2+a\,.\end{cases}$$

Неравенство

$$-12\le x+2y\le 10$$

задаёт на плоскости полосу, граница которой – пара параллельных прямых:

$$x+2y=10 \quad\text{и}\quad x+2y=-12.$$

Если $a<-2$, то система не имеет решений, поскольку правая часть уравнения становится отрицательной.
Если $a=-2$, то уравнение принимает вид

$$(x+2)^2+(y+4)^2=0$$

и задает единственную точку $(-2;\,-4)$, координаты которой удовлетворяют неравенству

$$|-2-8+1|=9<11.$$

Следовательно, при $a=-2$ система имеет единственное решение.
Рассмотрим случай $a>-2$. Тогда уравнение

$$(x-a)^2+(y-2a)^2=2+a$$

определяет окружность радиусом $r=\sqrt{2+a}$. Центр $M(a;\;2a)$ окружности лежит на прямой $y=2x$, которая перпендикулярна граничным прямым полосы и пересекает их в точках $A\ (-2{,}4;\,-4{,}8)$ и $B\ (2;\,4)$. Система имеет единственное решение, если только окружность внешним образом касается полосы в точке A или в точке B. Если точка касания A, то $a<-2{,}4$, что невозможно.
Окружность касается полосы в точке B, только если $a>2$ и $MB=r$. Получаем:

$$(a-2)^2+(2a-4)^2=2+a; \quad 5a^2-21a+18=0.$$

Корни: $a=3$, $a=1{,}2$. Условию $a>2$ удовлетворяет только корень $a=3$.

Ответ: -2, 3.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Решение в целом верное, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	3
Обоснованно найдено значение 3, однако в ответ включены посторонние значения, полученные в других случаях касания окружности и полосы, либо не рассмотрен случай $a=-2$ (либо рассмотрен, но значение -2 не признано подходящим значением параметра)	2
Решение содержит - или верное описание взаимного расположения окружности и полосы; - или верный переход к уравнениям относительно a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© МИОО, 2011 г.

C6 Решите в натуральных числах уравнение

$$n^{k+1}-n\,!=5(30k+11).$$

(Для натурального n символом $n!$ обозначается произведение $1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n$).

Решение:

Очевидно, $5(30k+11)$ делится на n. Случай $n=1$ не подходит, а простых делителей, меньших, чем 5, число $5(30k+11)$ не имеет. Следовательно, $n\ge 5$. Тогда $n\,!$ делится на 5 и поэтому в равенстве

$$n^{k+1}=n\,!+5(30k+11)$$

правая часть делится на 5, поэтому левая часть тоже делится на 5. Значит, n делится на 5. Предположим, что $n=5m$, где $m>1$. Тогда после деления на 5 данное уравнение принимает вид

$$5^k m^{k+1}-4\,!\cdot 6\cdot 7\cdot \ldots \cdot 5m=30k+11.$$

Левая часть делится на 5, а правая не делится. Противоречие. Осталось рассмотреть случай $n=5$.

Уравнение принимает вид

$$5^{k+1}-5\,!=5\big(30k+11\big),$$

откуда

$$5^{k-1}=6k+7.$$

Очевидно, $k=1$ и $k=2$ не удовлетворяют полученному равенству, а при $k=3$ обе части равны 25.

Остается доказать, что б***о***льших подходящих значений k нет.

Рассмотрим последовательность $a_k=5^{k-1}-6k-7$ и разность $a_{k+1}-a_k$:

$$a_{k+1}-a_k=5^k-6(k+1)-7-5^{k-1}+6k+7=5^{k-1}\cdot 4-6.$$

При $k\ge 2$ эта разность положительна, следовательно, последовательность возрастает. Значит, если $k>3$, то $a_k>a_3=0$, а поэтому $5^{k-1}>6k+7$.

Ответ: $n=5$, $k=3$.

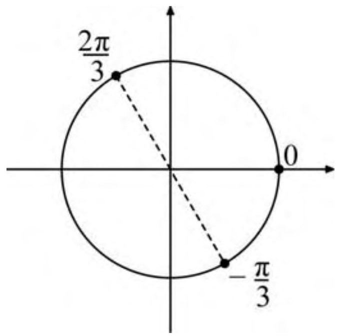
© МИОО, 2011 г.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные значения n и k	4
Обоснованно найдено верное значение n; подбором найдено k, однако доказательство отсутствия б***о***льших значений k отсутствует или содержит ошибку	3
Обоснованно найдено верное значение n, однако значение k не найдено, найдено неверно или ответ содержит лишние значения k	2
Имеется верный ответ, найденный подбором или с помощью неполных рассуждений. Обоснование единственности n отсутствует, приведено неполностью или содержит ошибку	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© МИОО, 2011 г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 Решите уравнение $(\cos x-1)(\operatorname{tg}x+\sqrt{3})\sqrt{\cos x}=0$.



Решение:

Левая часть уравнения имеет смысл при $\cos x>0$.
Поэтому множитель $\sqrt{\cos x}$ положителен.
1 случай: $\cos x-1=0$. Тогда $x=2\pi k,\ k\in Z$.
2 случай: $\operatorname{tg}x=-\sqrt{3}$. Тогда $x=-\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in Z$.

Учитывая условие $\cos x>0$, получаем, что числа

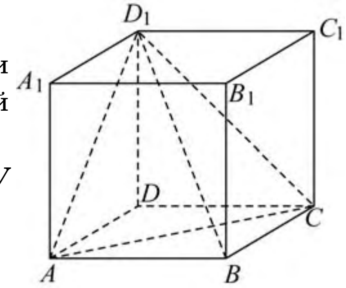
$$\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$$

не являются решениями данного уравнения.

Ответ: $2\pi k,\ -\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной x, при которых равно нулю выражение $(\cos x-1)(\operatorname{tg}x+\sqrt{3})$, но отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С2 Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 1. Найдите расстояние от вершины B до плоскости ACD_1.



Решение:

Искомое расстояние от вершины B до плоскости ACD_1 равно высоте пирамиды $BACD_1$, опущенной на плоскость грани ACD_1.
Обозначим это расстояние d и вычислим объём V пирамиды $BACD_1$ двумя способами:

$$V=\frac{1}{3}\cdot d\cdot S_{ACD_1};\quad V=\frac{1}{3}\cdot DD_1\cdot S_{ABC}.$$

Отсюда $d=DD_1\cdot\dfrac{S_{ABC}}{S_{ACD_1}}$.

Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 1, поэтому

$$DD_1=1,\ S_{ABC}=\frac{1}{2},\ AC=CD_1=D_1A=\sqrt{2}$$

и поэтому $S_{ACD_1}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Отсюда $d=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Ответ: $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Способ нахождения искомого расстояния верен, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите неравенство $\dfrac{\log_2(8x)\cdot\log_{0,125x}2}{\log_{0,5x}16}\le\dfrac{1}{4}$.

Решение: Левая часть неравенства имеет смысл при $x>0$, $0,5x\ne 1$ и $0,125x\ne 1$,то есть при $x>0$, $x\ne 2$ и $x\ne 8$.

При этих условиях получаем:

$$\frac{\log_2(8x)\cdot\frac{1}{\log_2(0,125x)}}{\frac{4}{\log_2(0,5x)}}\le\frac{1}{4};\ \frac{\left(\log_2 8+\log_2 x\right)\left(\log_2 0,5+\log_2 x\right)}{\log_2 0,125+\log_2 x}\le 1;$$

$$\frac{\left(\log_2 x+3\right)\left(\log_2 x-1\right)}{\log_2 x-3}\le 1.$$

Сделаем замену $t=\log_2 x$. Тогда $\dfrac{(t+3)(t-1)}{t-3}\le 1$; $\dfrac{t\cdot(t+1)}{t-3}\le 0$.

Значит, $t\le -1$ или $0\le t<3$, следовательно, $0<x\le 0,5$ или $1\le x<8$. Осталось исключить точку 2.

Ответ: $(0;\ 0,5]$; $[1;\ 2)$; $(2;\ 8)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным количеством значений переменной, при которых определены обе части исходного неравенства	2
Верно произведены преобразования, приводящие к неравенству-следствию, дробно-рациональному относительно $\log_2 x$. Возможно, что условия существования левой части данного неравенства не найдены или найдены неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Площадь трапеции $ABCD$ равна 72, а одно из оснований трапеции вдвое больше другого. Диагонали пересекаются в точке O; отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C, пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N соответственно. Найдите площадь четырехугольника $OMPN$.

Решение:

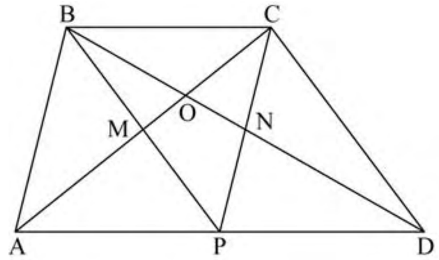


Рис. 1

Пусть h – высота трапеции, а основания равны a и $2a$. Тогда

$$S_{ABCD}=\frac{a+2a}{2}h=\frac{3}{2}ah=72,\text{ откуда } ah=48.$$

Пусть $BC=a$; $AD=2a$ (рис.1). Четырехугольники $ABCP$ и $BCDP$ – параллелограммы, поэтому M и N – середины BP и CP соответственно, значит, CM и BN – медианы треугольника BPC. Следовательно,

$$S_{OMPN}=\frac{1}{3}S_{\triangle BPC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}ah=\frac{1}{6}\cdot 48=8.$$

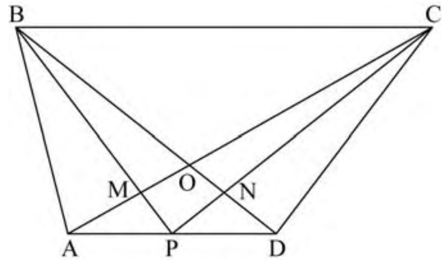


Рис. 2

Пусть теперь $BC=2a$; $AD=a$ (рис.2). Положим, $AM=3t$. Треугольник AOD подобен треугольнику COB с коэффициентом 2, а треугольник AMP – треугольнику CMB с коэффициентом $\dfrac{AP}{BC}=\dfrac{1}{4}$.

Тогда

$$MC=4AM=12t,\quad AC=AM+MC=3t+12t=15t,$$

$$AO=\frac{1}{3}AC=5t,\quad \frac{AM}{AO}=\frac{3t}{5t}=\frac{3}{5}.$$

Аналогично, $\dfrac{DN}{DO}=\dfrac{3}{5}$.

Высота треугольника AOD, проведенная из вершины O, равна $\dfrac{1}{3}h$, значит,

$$S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}h = \frac{1}{6}ah = \frac{1}{6} \cdot 48 = 8,$$

$$S_{\triangle DNP} = S_{\triangle AMP} = \frac{AM}{AO} \cdot \frac{AP}{AD} S_{\triangle AOD} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 = 2,4.$$

Следовательно,

$$S_{OMPN} = S_{\triangle AOD} - S_{\triangle DNP} - S_{\triangle AMP} = 8 - 2,4 - 2,4 = 3,2.$$

Ответ: 8 или 3,2.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

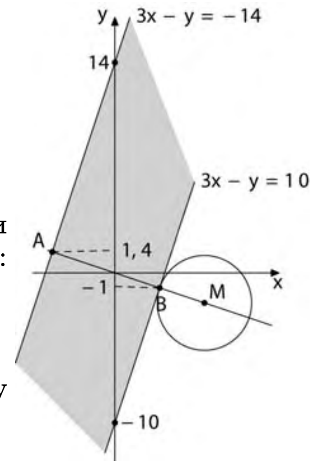
© МИОО, 2011 г.

C5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |3x - y + 2| \le 12, \\ (x - 3a)^2 + (y + a)^2 = 3a + 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение:



Преобразуем систему:

$$\begin{cases} -14 \le 3x - y \le 10, \\ (x - 3a)^2 + (y + a)^2 = 3a + 4. \end{cases}$$

Неравенство $-14 \le 3x - y \le 10$ задаёт на плоскости полосу, граница которой – пара параллельных прямых:

$$3x - y = -14 \text{ и } 3x - y = 10.$$

Если $a < -\frac{4}{3}$, то система не имеет решений, поскольку правая часть уравнения становится отрицательной.

Если $a = -\frac{4}{3}$, то уравнение принимает вид

$$(x + 4)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = 0$$

и задает единственную точку $\left(-4; \frac{4}{3}\right)$, координаты которой удовлетворяют неравенству:

$$\left|-12 - \frac{4}{3} + 2\right| = \frac{34}{3} < 12.$$

Следовательно, при $a = -\frac{4}{3}$ система имеет единственное решение.

Рассмотрим случай $a > -\frac{4}{3}$. Тогда уравнение

$$(x - 3a)^2 + (y + a)^2 = 3a + 4$$

© МИОО, 2011 г.

определяет окружность радиусом $r = \sqrt{3a+4}$. Центр $M(3a;\ -a)$ окружности лежит на прямой $y = -\frac{1}{3}x$, которая перпендикулярна граничным прямым полосы и пересекает их в точках $A(-4{,}2;\ 1{,}4)$ и $B(3;\ -1)$. Система имеет единственное решение, если только окружность касается полосы в точке A или в точке B. Если точка касания A, то $-a > 1{,}4$, что невозможно, поскольку $a > -\frac{4}{3}$.

Окружность касается полосы в точке B, только если $a > 1$ и $MB = r$. Получаем:

$$(3-3a)^2 + (-1+a)^2 = 3a+4; \quad 10a^2 - 23a + 6 = 0.$$

Корни: $a = 2$, $a = 0{,}3$. Условию $a > 1$ удовлетворяет только корень $a = 2$.

Ответ: $-\frac{4}{3}$, 2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Решение в целом верное, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	3
Обоснованно найдено значение 2, однако в ответ включены посторонние значения, полученные в других случаях касания окружности и полосы, либо не рассмотрен случай $a = -\frac{4}{3}$ (либо рассмотрен, но соответствующее значение не признано подходящим значением параметра)	2
Решение содержит - или верное описание взаимного расположения окружности и полосы; - или верный переход к уравнениям относительно a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6 Решите в натуральных числах уравнение

$$n^{k+1} - n! = 7(420k+1).$$

(Для натурального n символом $n!$ обозначается

произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$).

Решение:

Очевидно, $7(420k+1)$ делится на n. Случай $n = 1$ решений не дает. Простых делителей меньших, чем 7, число $7(420k+1)$ не имеет. Следовательно, $n \geq 7$. Тогда $n!$ делится на 7 и поэтому в равенстве

$$n^{k+1} = n! + 7(420k+1)$$

правая часть делится на 7, тогда левая часть тоже делится на 7. Значит, n делится на 7.

Предположим, что $n = 7m$, где $m > 1$. Тогда после деления на 7 данное уравнение принимает вид

$$7^k m^{k+1} - 6! \cdot 8 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot 7m = 420k+1.$$

Левая часть делится на 7, а правая не делится. Противоречие. Осталось рассмотреть случай $n = 7$.

Уравнение принимает вид $7^{k+1} - 7! = 7(420k+1)$, откуда

$$7^{k-1} = 60k + 103.$$

Очевидно, $k = 1$, $k = 2$ и $k = 3$ не удовлетворяют полученному равенству, а при $k = 4$ обе части равны 343. Остается доказать, что б***о***льших подходящих значений k нет. Рассмотрим последовательность $a_k = 7^{k-1} - 60k - 103$ и разность $a_{k+1} - a_k$:

$$a_{k+1} - a_k = 7^k - 60(k+1) - 103 - 7^{k-1} + 60k + 103 = 7^{k-1} \cdot 6 - 60.$$

При $k \geq 3$ эта разность положительна, следовательно, последовательность возрастает. Значит, если $k > 4$, то $a_k > a_4 = 0$, а поэтому $7^{k-1} > 60k + 103$.

Ответ: $n = 7$, $k = 4$.

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получены верные значения n и k	4
Обоснованно найдено верное значение n; подбором найдено k, однако доказательство отсутствия б***о***льших значений k отсутствует или содержит ошибку	3
Обоснованно найдено верное значение n, однако значение k не найдено, найдено неверно или ответ содержит лишние значения k	2
Имеется верный ответ, найденный подбором или с помощью неполных рассуждений. Обоснование единственности n отсутствует, приведено неполностью или содержит ошибку	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© МИОО, 2011 г.